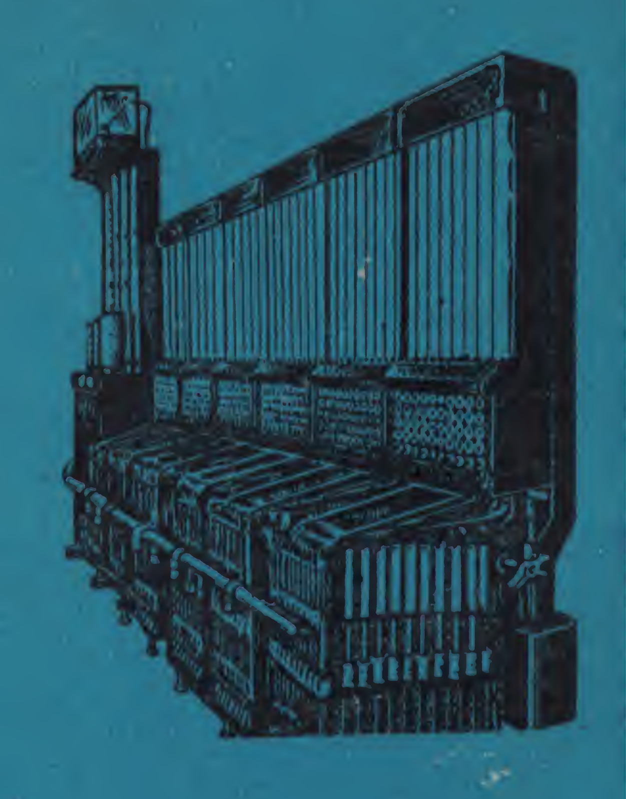
М. А. ВЕВИОРОВСКАЯ
И. П. КРАВЧЕНКО
С. А. РУМЯНЦЕВ



МЕТОДЫ АНАЛОГИЙ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ФИЛЬТРАЦИОННЫМ РАСЧЕТАМ

М. А. ВЕВИОРОВСКАЯ, И. П. КРАВЧЕНКО, С. А. РУМЯНЦЕВ

МЕТОД ГИДРАВЛИЧЕСКИХ АНАЛОГИЙ В. С. ЛУКЬЯНОВА И МЕТОД ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ АНАЛОГИЙ Н. Н. ПАВЛОВСКОГО

ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ФИЛЬТРАЦИОННЫМ РАСЧЕТАМ

Под редакцией доктора технических наук
профессора В. С. Лукьянова

Допущено Министерством высшего и среднего специального образования РСФСР в качестве учебного пособия для университетов и геологоразведочных институтов



ИЗДАТЕЛЬСТВО МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
1962



ОГЛАВЛЕНИЕ

ЧАСТЬ I

МЕТОД ГИДРАВЛИЧЕСКИХ АНАЛОГИЙ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ ФИЛЬТРАЦИИ

Раздел I. ХАРАКТЕРИСТИКА МЕТОДА

ЧАСТЬ II

МЕТОД ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ АНАЛОГИЙ (ЭГДА) ПРИМЕНИТЕЛЬНО К УСТАНОВИВШЕЙСЯ ФИЛЬТРАЦИИ

Раздел III. ХАРАКТЕРИСТИКА МЕТОДА

Раздел IV. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ ПО МЕТОДУ ЭГДА

ПРЕДИСЛОВИЕ

В дополнение к *качественным* характеристикам явлений во всех науках, в том числе и в гидрогеологии, прочно завоевали место *количественные* характеристики.

Направленность в развитии наук в настоящее время кратко можно определить так:

измерение — вычисление — прогноз — управление.

Идя по такому пути, современные науки достигли блестящих успехов. Последние основаны на *знании* процессов, умении их *рассчитать* и организовать соответствующие мероприятия.

Если в области гидрогеологии известна физическая сущность процесса и количественные характеристики всех определяющих его факторов, то возможен прогноз процесса и управление им.

Без расчетов в гидрогеологии нельзя обойтись. Фильтрационные расчеты составляют необходимый и весьма важный раздел практической деятельности гидрогеолога в любой области работы: в вопросах режима и баланса подземных вод, их генезиса, в практических вопросах водоснабжения, ирригации, осушения, добычи полезных ископаемых, минеральных вод, гидротехнического строительства и других.

Среди различных методов расчетов за последнее время большое значение приобрели методы, основанные на аналогиях. Их изучение в высших учебных заведениях стало необходимым.

В 1955 г. в учебную программу студентов-гидрогеологов Московского университета был введен специальный практикум по ознакомлению с фильтрационными расчетами по двум методам аналогий: методу гидравлических аналогий проф. В. С. Лукьянова и методу электрогидродинамических аналогий акад. Н. Н. Павловского. На кафедре гидрогеоло-

гии организована учебная лаборатория методов аналогий, в которой имеются: два одномерных гидравлических интегратора системы В. С. Лукьянова — односекционный на 20 расчетных точек ИГ-2 (рис. 13) и малый демонстрационный на 10 расчетных точек ИГ-3 (рис. 43); установка ЭГДА конструкции П. Ф. Фильчакова и В. И. Панчишина (рис. 73) и 4 упрощенных установки (рис. 74).

Спецпрактикум для студентов-гидрогеологов IV курса включал лекции (20 часов), в течение которых студенты знакомились с основами методов, и практические занятия (100 часов), в течение которых студенты осваивали аппаратуру, приемы работы и выполняли ряд учебных задач. Студенты V курса занимались в лаборатории в выборочном порядке в том случае, если в их дипломные работы входили расчеты фильтрации, требующие применения методов аналогий.

Цель практикума — познакомить с указанными методами в такой мере, чтобы студенты умели:

1) определить, можно ли и нужно ли решать стоящую перед ними задачу одним из рассматриваемых методов,

2) сформулировать, поставить и решить задачу,

3) критически читать и слушать сообщения о решенных задачах,

4) оценить сделанные допущения.

При прохождении практикума остро ощущался недостаток соответствующей литературы и руководств, особенно по методу гидравлических аналогий. В качестве первой попытки восполнить этот пробел предлагается настоящее учебное пособие, которое написано на основе лекций и практических занятий со студентами за период с 1955 г. по 1960 г.

При составлении лекций, практических занятий и настоящего руководства использованы литературные данные, формулировки авторов, разработавших названные методы, богатый опыт лаборатории проф. В. С. Лукьянова во Всесоюзном научно-исследовательском институте транспортного строительства и личный опыт авторов.

В пособии уделено внимание некоторым вопросам и терминам из области динамики подземных вод, ясное понимание которых является необходимой предпосылкой правильности расчетов.

Настоящее пособие составили:

Введение, характеристику методов (разделы I и III) и заключение — доц. М. А. Вевиоровская; практические занятия по методу гидравлических аналогий (раздел II) — ст. лабор. И. П. Кравченко при участии доц. М. А. Вевиоровской; прак-

тические занятия по методу ЭГДА (раздел IV) — лабор. С. А. Румянцев при участии доц. М. А. Вевиоровской. Фотографии выполнил И. И. Зардиашвили.

К настоящему пособию приложены номограммы для расчетов развития подпора грунтовых вод и фильтрации из каналов в условиях неустановившегося движения (см. § 50 и приложение VI).

Авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность проф. В. С. Лукьянову за ценные указания и научное редактирование, которые улучшили книгу.

Замечания и пожелания по данной работе просим направлять по адресу: Москва, В-234, Ленинские горы, МГУ, геологический факультет, кафедра гидрогеологии.

Авторы

Москва, август, 1960 г.

ГЛАВА I

РАЗЛИЧНЫЕ ВИДЫ ПОТОКОВ ГРУНТОВЫХ ВОД И НЕКОТОРЫЕ УРАВНЕНИЯ ФИЛЬТРАЦИИ

§ 1. Потоки «плоский» и радиальный

В гидрогеологической литературе с давних пор применяется деление потоков на «плоские» и радиальные.

Как известно, гидрогеологи называют «плоским» такой поток, у которого линии тока в плане представлены прямыми параллельными линиями (Каменский, 1935, 1943); гидроизогипсы тоже имеют вид параллельных прямых, перпендикулярных линиям тока. Примером может служить поток грунтовых вод, дренируемых рекой с прямолинейным берегом (рис. 1).

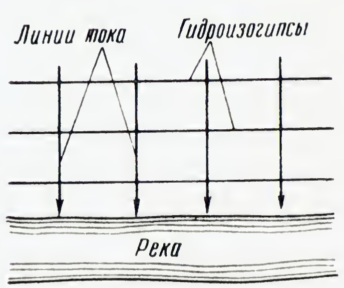


Рис. 1. «Плоский» поток

«Плоскому» противопоставляется радиальный поток, у которого линии тока в плане непараллельны, они могут иметь криволинейный характер; в частном случае они представлены прямыми, сходящимися или расходящимися под углом линиями (рис. 2, 3, 4).

Термин «плоский» в указанном понимании является условным и потому дается в кавычках. Он появился в период, когда в гидрогеологическую практику начинали внедряться фильтрационные расчеты и потребовалось выделение различных видов потоков.

При дальнейшем развитии теории фильтрации понятиям плоский поток, плоская задача стали придавать значение двухмерности, движения по двум измерениям (см. § 2). Следует

четко различать понятия: «плоский» (в кавычках) поток как противопоставление радиальному потоку и плоское движение, обозначающее двухмерность потока.

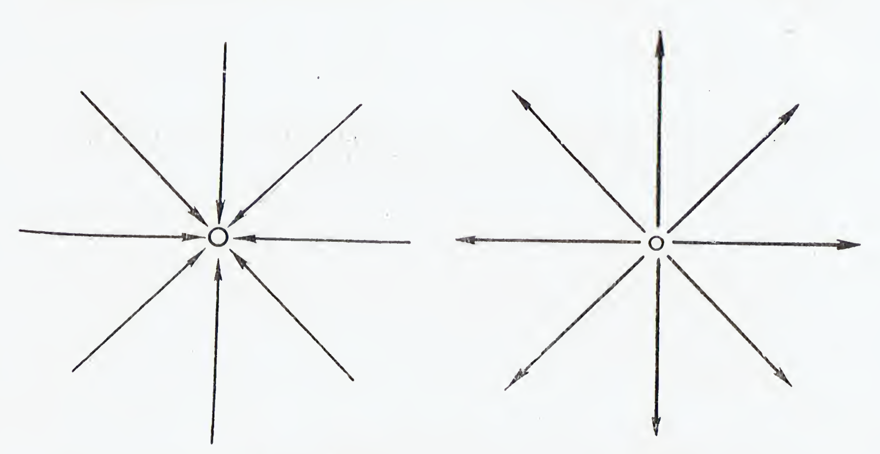


Рис. 2. Радиальный сходящийся поток в случае откачки

Рис. 3. Радиальный расходящийся поток в случае налива или нагнетания

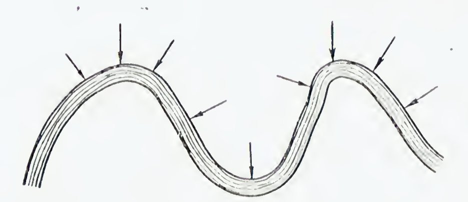


Рис. 4. Радиальный поток вблизи меандрирующей реки

§ 2. Потоки и задачи одномерные, двух- и трехмерные

Различаем фактическую *размерность потоков* и *размерность расчетных схем,* по которым выполняются расчеты изучаемого потока. Такое деление целесообразно, так как, например, могут быть случаи: 1) поток имеет пространственный характер, но расчет его выполняется в условиях двухмерной схемы; 2) поток имеет двухмерный характер, а расчет его может быть сведен к решению одномерной задачи.

При наименовании *размерности движения* принимаем за

основу число пространственных координат, функциями которых являются характеристики потока (напор, скорость и т. п.); при этом пользуемся прямоугольной декартовой системой координат; оси x и y располагаются в горизонтальной плоскости, ось z направлена вертикально вверх. Отнесение потока к одномерному или к двухмерному является результатом схематизации природных условий, однако во многих случаях эта схематизация вполне допустима.

Одномерное движение происходит по одному измерению параллельно оси x; в этом случае имеется один горизонтальный вектор скорости $\vec{v}_x$ [1]; все характеристики потока (скорости фильтрации, напоры и др.) являются функциями одной координаты[2] x. Линии тока частиц жидкости в разрезе и в плане представлены прямыми параллельными линиями (рис. 5)[3].

Потоки, весьма близкие к одномерным, имеют значительное распространение в природе; при некоторой схематизации к ним могут быть отнесены некоторые более сложные случаи. Практически можно считать одномерным движение грунтовых вод в случае прямолинейной границы потока при малых уклонах зеркала и при мощности водоносного горизонта, во много раз меньшей, чем длина рассматриваемой области. В случае широкого проницаемого русла происходит полная разгрузка потока грунтовых вод в дно реки; сопротивление на выходе невелико, и уже на небольшом расстоянии от уреза реки линии тока практически параллельны (рис. 6). Одномерные потоки относятся к простейшему виду движения; методика их расчетов наиболее разработана.

Если при расчете учитывается движение по одному измерению (только один компонент скорости), *задача* называется *одномерной.*

Двухмерное движение бывает или в горизонтальной или

---

[1] Одномерная вертикальная фильтрация с вектором $\vec{v}_z$ здесь не рассматривается.

[2] Такова трактовка одномерного движения в работах (Лейбензон, 1953; Щелкачев, Лапук, 1949; Полубаринова-Кочина, 1952; Силин-Бекчурин, 1958).

[3] *Линия тока* — линия, по которой в данный момент времени движется жидкость. *Траектория* — путь движения частицы жидкости за некоторый интервал времени. При установившемся движении жидкости траектории совпадают с линиями тока. Это совпадение имеет место и для тех неустановившихся потоков, в которых с течением времени в каждой точке меняется лишь величина, но не направление скорости (Щелкачев, Лапук, 1949).

в вертикальной плоскости; в первом случае вектор скорости $\vec{v}$ можно разложить на две горизонтальные составляющие $\vec{v}_x$ и $\vec{v}_y$, и движение является *двухмерным в плане;* во

Вид движения		Характер линий тока	
		в разрезе	в плане
одномерное			
двухмерное	двухмерное в плане		
	двухмерное в разрезе		
	плоско-радиальное осесимметричное		
трехмерное	пространственное		
	сферическое радиальное		

Рис. 5. Схема линий тока в различных потоках. (Заимствовано из работы Н. Н. Биндемана 1957 г. с изменениями в соответствии с приведенной классификацией)

втором случае вектор скорости можно разложить на горизонтальную и вертикальную составляющие $\vec{v}_x$ и $\vec{v}_z$, и движение является *двухмерным в разрезе;* при установившемся

движении все характеристики потока (напоры, скорости и т. п.) суть функции двух независимых переменных — координат x, y или x, z.

Движение двухмерное в плане имеет место в природных условиях в случае сложной конфигурации границы потока при небольшой мощности водоносного слоя. Оно наблюдается в районах крупных излучин рек, на островах и полуостровах; близкой к нему является фильтрация в обход плеча плотины (рис. 7).

Линии тока в плане имеют криволинейный характер и непараллельны, а в разрезе представлены прямыми параллельными линиями (рис. 5).

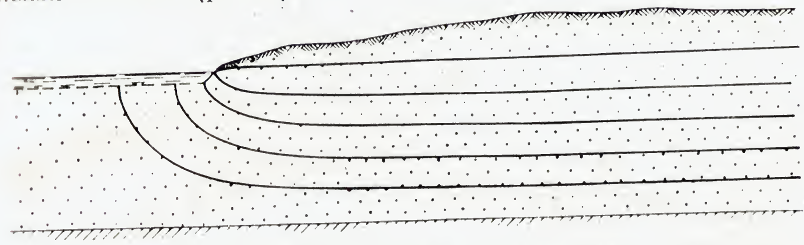


Рис. 6. Характер линий тока вблизи крупной реки (получено на приборе ЭГДА)

Движение двухмерное в разрезе также нередко встречается в природе (рис. 8):

а) при фильтрации под плотиной вдали от береговых устоев;

б) при выклинивании грунтовых вод на берегу канала или небольшой речки в случае, когда их ширина меньше мощности водоносного слоя;

в) вблизи горизонтальной дрены.

В рассматриваемом движении линии тока в разрезе изогнуты и непараллельны, а в плане прямолинейны и параллельны (рис. 5).

Для расчетов фильтрации в перечисленных случаях требуется решение *двухмерных задач*, т. е. таких задач, в которых учитывается движение по двум измерениям (x, y или x, z).

Радиальная осесимметричная фильтрация (т. е. фильтрация, симметричная относительно оси, например, приток к совершенной скважине в напорном пласте постоянной мощности) при рассмотрении в декартовых координатах, может считаться частным, простейшим случаем двухмерной в плане

фильтрации (Щелкачев, Лапук, 1949; Нумеров в кн. Аравин, Нумеров, 1953).

Расчет радиальной фильтрации при наличии осевой симметрии может быть сведен к решению *одномерной задачи* (по одномерной расчетной схеме) путем перехода к цилиндрическим координатам, а в методах аналогий путем рассмотрения

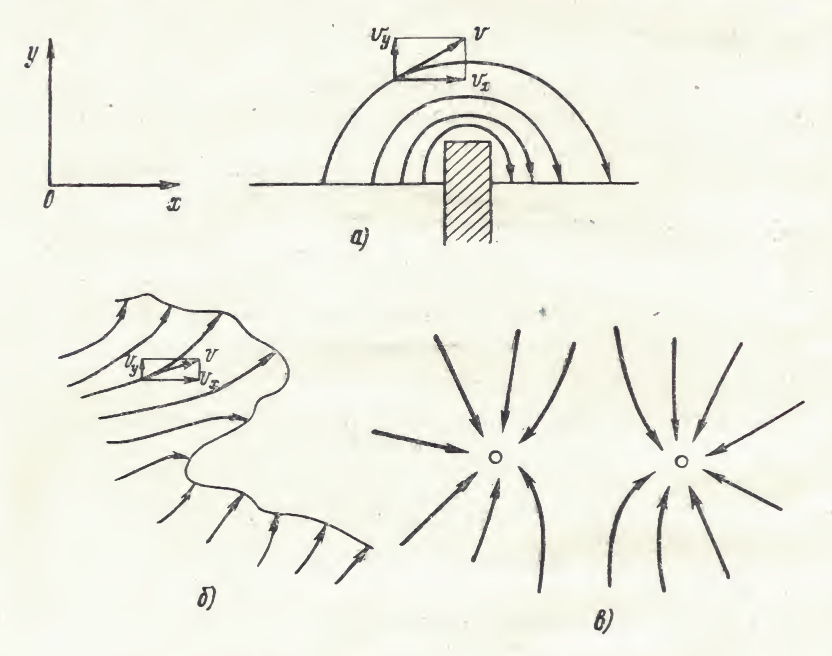


Рис. 7. Движение грунтовых вод двухмерное в плане: а) обходная фильтрация у плеча плотины; б) движение грунтовых вод при сложной береговой линии; в) движение грунтовых вод в районе водозаборных сооружений

части потока, соответствующего сектору (как например, в задаче № 4, § 49).

Трехмерным или *пространственным* называется движение, в котором линии тока являются пространственными кривыми: вектор скорости $\vec{v}$ может быть разложен на три составляющие $\vec{v_x}$, $\vec{v_y}$ и $\vec{v_z}$; при установившемся движении все характеристики потока являются функциями трех независимых переменных — координат x, y, z.

Хотя, строго говоря, почти все случаи движения грунтовых

вод в природе в той или иной мере имеют пространственный характер (Биндеман, 1957), однако чаще всего один или два компонента скорости имеют явно преобладающее значение; в связи с этим резко выраженный пространственный характер фильтрации встречается в природе не столь часто. Примерами являются:

Рис. 8. Движение грунтовых вод двухмерное в разрезе: а) фильтрация под плотиной; б) дренирование грунтовых вод в районе канала; в) приток воды к несовершенному колодцу

1) фильтрация при резко выраженной неоднородности строения водоносной толщи и сложных границах потока в плане;

2) обходная фильтрация у плеча плотины при большой мощности водоносной толщи или при резко выраженном слоистом строении ее;

3) поступление воды к несовершенной вертикальной дрене в потоке грунтовых вод и др.

2 Зак. 50

Для *расчетов* фильтрации в перечисленных случаях требуется решение *трехмерных, пространственных задач,* т. е. таких задач, в которых учитывается движение по трем измерениям (x, y, z).

Сферическая радиальная фильтрация, симметричная относительно точки, обычно рассматривается как частный случай пространственной фильтрации.

Расчет при переходе к сферическим координатам может быть выполнен путем решения *одномерной задачи*; в методе гидравлических аналогий решение подобной задачи может быть выполнено путем рассмотрения части сферы — шарового сектора[1].

§ 3. Движение грунтовых вод установившееся и неустановившееся

Рассматривая характер движения грунтовых вод, необходимо остановиться на потоках *установившихся,* или стационарных, и *неустановившихся,* или переменных во времени. Первые характеризуются постоянными, неизменными во времени для каждой точки рассматриваемой области и для всей области в целом, элементами фильтрационного потока: направлением, мощностью, уклоном, скоростью, расходом. Если внешние условия остаются долгое время неизменными, состояние потока становится близким к установившемуся. Например, если уровень реки, дренирующей поток грунтовых вод, в течение длительного времени постоянен, а инфильтрационное питание неизменно, то депрессионная кривая потока приобретает характер, приближающийся к стационарному, а следовательно, мощности, уклоны, расходы становятся почти постоянными (рис. 9).

Однако в природе нет длительных неизменных периодов. Уровни рек, а также величина инфильтрационного питания значительно изменяются по сезонам года. При повышении уровня реки в период паводка начинается фильтрация воды из реки в глубь берега. С течением времени изменяются направление потока, его мощность, скорость, расход. Поток становится неустановившимся, переменным во времени (рис. 10). Равновесие нарушается также при изменении интенсивности инфильтрации атмосферных осадков с поверхности земли.

---

[1] Такие задачи, рассматриваемые как одномерные, для тепловых процессов решались в Лаборатории гидравлических и электрических аналогий ВНИИ транспортного строительства.

Неустановившееся движение грунтовых вод является более общим. Установившееся движение — частный случай неустановившегося, наличие его в природных условиях допускается условно, абстрактно.

Рассмотрение начнем с уравнений неустановившейся фильтрации для простейших видов потока.

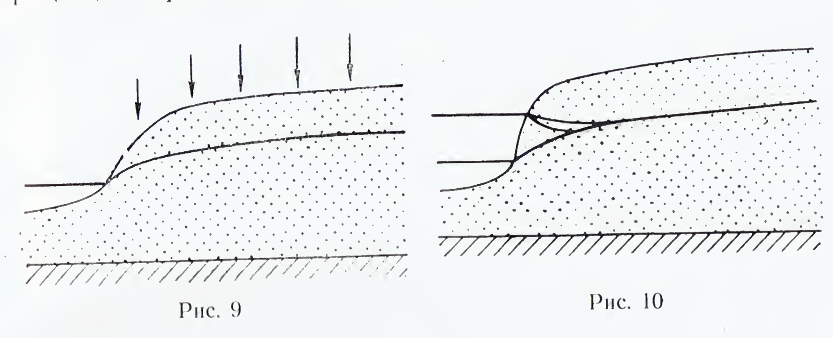


Рис. 9 Рис. 10

§ 4. Одномерная неустановившаяся фильтрация. Дифференциальные уравнения и их физическое содержание

Неустановившаяся, т. е. переменная во времени, фильтрация описывается дифференциальными уравнениями Буссинеска. Вывод приведенных ниже уравнений можно найти в различных работах (Boussinesq, 1904; Лейбензон, 1953 и др.).

Уравнение Буссинеска для одномерного неустановившегося движения грунтовых вод при наличии инфильтрационного питания имеет вид

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial}{\partial x}\left(kh\frac{\partial H}{\partial x}\right) + \frac{w}{\mu}\,. \qquad (I,1)$$

Здесь H — напор, или уровень грунтовой воды [1] — *м*; h — мощность водоносного слоя — *м*; t — время — *сут*; k — коэффициент фильтрации (известная функция от x) — *м/сут*; μ — свободная пористость — доли объема; x — текущая координата, абсцисса — *м*; w — инфильтрация — *м/сут*.

Соотношение между величинами H и h определяется формулой

$$H = h + z, \qquad (I,2)$$

где z — высота водоупора над плоскостью сравнения (известная функция от x) — *м* (рис. 11).

[1] См. § 61 и рис. 84.

Уравнение (I,1) соответствует слабым уклонам водоупора и поверхности грунтовых вод. При горизонтальном водоупоре оно примет вид

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial}{\partial x}\left(kh \frac{\partial h}{\partial x}\right) + \frac{w}{\mu}. \tag{I,3}$$

Последнее уравнение для однородной толщи примет вид

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{k}{\mu} \cdot \frac{\partial}{\partial x}\left(h \frac{\partial h}{\partial x}\right) + \frac{w}{\mu}. \tag{I,4}$$

Оно также может быть представлено в виде

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{k}{2\mu} \cdot \frac{\partial^2 (h^2)}{\partial x^2} + \frac{w}{\mu}. \tag{I,5}$$

(сноска [1] к уравнению (I,5))

При отсутствии инфильтрации второе слагаемое в уравнениях (I,4) и (I,5) пропадает.

Уравнение Буссинеска (I,1) — нелинейное дифференциальное уравнение с частными производными 2-го порядка [2].

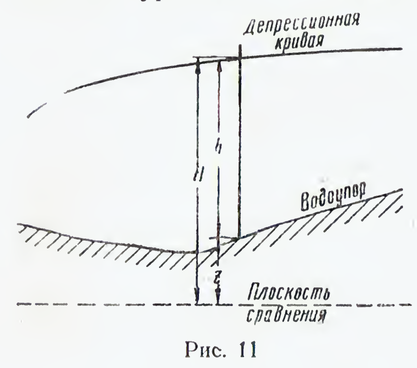


Рис. 11

Оно представляет собой уравнение баланса воды в элементарном выделенном объеме $1hdx$. В левой части уравнения $\frac{\partial H}{\partial t}$ — скорость изменения уровня грунтовой воды; выражение $kh\frac{\partial H}{\partial x}$, стоящее в скобках в правой части уравнения, представляет собой расход потока через вертикальное сечение высотой h; производная от него по x — изменение количества воды в выделенном объеме, или разность между боковым притоком и оттоком в единицу времени; эта разность, поделенная на свободную пористость μ, дает скорость изменения уровня воды под влиянием неравенства бокового притока и оттока; алгебраическая сумма этой последней величины и инфильтрационного питания w, поделенного на свободную пористость μ, дает полную скорость изменения уровня $\frac{\partial H}{\partial t}$. Таков физический смысл урав-

---

[1] Уравнение (I,5) получается из (I,4), так как

$$h\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{1}{2}\frac{\partial (h^2)}{\partial x}.$$

[2] То же относится к уравнениям (I,3)—(I,5).

нения (I,1). При отсутствии инфильтрации второе слагаемое пропадает и уравнение (I,1) принимает вид

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial}{\partial x}\left(kh \frac{\partial H}{\partial x}\right), \tag{I,6}$$

или при однородной толще

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{k}{\mu} \cdot \frac{\partial}{\partial x}\left(h \frac{\partial H}{\partial x}\right). \tag{I,7}$$

Если мощность водоносного слоя h в процессе фильтрации изменится мало и может быть принята не зависящей от H постоянной в пространстве и во времени величиной h_0, то она выносится за знак производной, и уравнение (I,1) в случае однородной толщи будет иметь вид

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{kh_0}{\mu} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{w}{\mu}, \tag{I,8}$$

или при отсутствии инфильтрации

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{kh_0}{\mu} \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial x^2}. \tag{I,9}$$

Уравнение (I,9) в случае горизонтального водоупора примет вид

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{kh_0}{\mu} \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}. \tag{I,10}$$

Если изменения мощности водоносного слоя в пространстве и во времени незначительны, то мы не допускаем грубых ошибок, считая h=const. Если же мощность h невелика, а ее изменения в пространстве и под влиянием подпора реки значительны, то допущение постоянства величины h (рис. 12) внесет ошибку в расчеты.

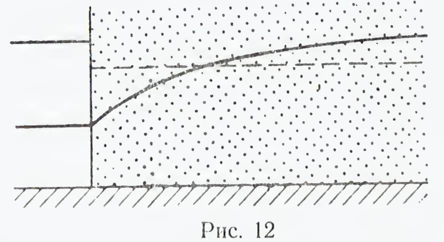


Рис. 12

Различие уравнений (I,1) и (I,8) заключается в том, что уравнение (I,1) нелинейное, а уравнение (I,8) линейное.

В математике линейным дифференциальным уравнением называется такое, в котором функция и ее производные входят в 1-й степени и не перемножаются.

В уравнении (I,1) функция h умножается на производную, поэтому оно нелинейное.

Уравнение (I,8) линейное; здесь h_0 — постоянная величина, а производная (второго порядка) стоит в 1-й степени.

Линейное уравнение (I,9) аналогично уравнению теплопроводности Фурье, которое представляет собой одно из уравнений математической физики и имеет аналитическое решение. Нелинейные дифференциальные уравнения в общем случае (за исключением наиболее простых условий) до сего времени не решены аналитически.

§ 5. Неустановившаяся фильтрация двухмерная в плане

Движение двухмерное в плане (см., например, рис. 7) описывается уравнением Буссинеска следующего вида:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(kh\frac{\partial H}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(kh\frac{\partial H}{\partial y}\right)\right]. \qquad (I,11)$$

Значения букв те же, что в уравнении (I,1); y — текущая координата по второму измерению.

В случае инфильтрации уравнение имеет вид

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(kh\frac{\partial H}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(kh\frac{\partial H}{\partial y}\right)\right] + \frac{w}{\mu}. \qquad (I,12)$$

§ 6. Установившаяся фильтрация. Дифференциальные уравнения

Как указано ранее, установившаяся фильтрация есть частный случай неустановившейся при $\frac{\partial H}{\partial t}=0$. В таком случае уравнения (I,1) и (I,12) переходят соответственно в дифференциальные уравнения установившихся одномерной и двухмерной фильтраций:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(kh\frac{\partial H}{\partial x}\right) + w = 0, \qquad (I,13)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(kh\frac{\partial H}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(kh\frac{\partial H}{\partial y}\right) + w = 0, \qquad (I,14)$$

и если h может быть принята постоянной, то при однородности толщи соответственно:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{w}{kh} = 0, \qquad (I,15)$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{w}{kh} = 0. \qquad (I,16)$$

Уравнения еще более упрощаются, если инфильтрация $w=0$. Уравнение (I,14) соответствует потоку со свободной поверхностью при двухмерном в плане движении в случае негоризонтального водоупора и неоднородной толщи, при наличии инфильтрации.

При горизонтальном водоупоре, однородной толще и отсутствии инфильтрации оно примет вид

$$\frac{\partial^2 (h^2)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (h^2)}{\partial y^2} = 0. \qquad (I,17)$$

Это уравнение, открытое Дюпюи[1], нашло широкое применение. В некоторых работах оно именуется уравнением Форхгеймере[2].

Для напорного потока при горизонтальном водоупоре, однородной толще и постоянной мощности водоносного слоя имеем обычное уравнение Лапласа

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = 0. \qquad (I,18)$$

[1] См. Л. С. Лейбензон. Подземная гидрогазодинамика. Собр. трудов, т. 2. Изд-во АН СССР, М., 1953, стр. 233.

[2] С. К. Абрамов, Н. Н. Биндеман, Ф. М. Бочевер, Н. Н. Веригин. Влияние водохранилищ на гидрогеологические условия прилегающих территорий. Госстройиздат, М., 1960, стр. 47.

ГЛАВА II

ПОНЯТИЕ О МЕТОДАХ АНАЛОГИЙ

§ 7. Аналогия и аналогичные процессы

Аналогия в переводе с греческого (analogia) означает соответствие. В рассматриваемых нами методах используется *математическая аналогия* между процессами. Аналогичными называются процессы, которые характеризуются (описываются) одинаковыми математическими зависимостями.

Аналогичные процессы сходны по математической формулировке, но по физической сущности они могут быть резко различными. Имеется целый ряд аналогичных процессов:

1) фильтрация жидкостей в пористой среде,
2) движение тепла в твердом теле,
3) диффузия жидкостей и газов,
4) движение электричества в проводнике и ряд других.

В. И. Ленин, разбирая книгу известного немецкого физика Л. Больцмана, пишет: «Единство природы обнаруживается в «поразительной аналогичности» дифференциальных уравнений, относящихся к разным областям явлений. Теми же самыми уравнениями можно решать вопросы гидродинамики и выражать теорию потенциалов» [1].

§ 8. Сущность методов аналогий. Их преимущества

В методе аналогий изучаемый процесс заменяется другим, аналогичным ему процессом, но таким, который легче осуществить и измерить, которым легче управлять. Методы расчетов, основанные на аналогиях, возникли для преодоления математических трудностей при исследовании сложных процессов в природных и строительных объектах.

[1] В. И. Ленин. Собр. соч., т. 14, стр. 276.

Используя аналогию между фильтрацией воды и электрическим током в проводнике и осуществляя движение электричества в модели из проводящего материала, мы получаем возможность исследовать процесс фильтрации и получить численные решения по расчету распределения напоров для сложных природных условий, не поддающихся аналитическим расчетам. В этом заключается сущность метода электрогидродинамических аналогий Н. Н. Павловского, сокращенно называемого методом ЭГДА. Он применяется главным образом для исследования и расчетов установившейся фильтрации.

В методе гидравлических аналогий В. С. Лукьянова используется аналогия между фильтрацией воды в породе и движением воды в системе сосудов, соединенных через гидравлические сопротивления. Напоры воспроизводятся в виде уровней воды в сосудах. Этот метод применяется главным образом для исследования и расчетов неустановившейся фильтрации.

Кроме методов аналогий для изучения и расчетов фильтрации применяются и другие методы: аналитические и метод конечных разностей.

Аналитические методы расчетов фильтрации основаны на применении известных решений уравнений математической физики или гидродинамики. Так как эти решения известны только для простейших расчетных схем, применение аналитических методов требует значительного упрощения природных условий.

В *методе конечных разностей* производится замена бесконечно малых приращений пространства, времени и напоров конечными их приращениями, что само по себе понижает точность решения, но, с другой стороны, позволяет учесть ряд факторов, усложняющих расчетную схему фильтрации и вместе с тем приближающих ее к природным условиям. Метод конечных разностей требует большой счетной работы.

Методы аналогий, используя для исследования какого-либо сложного процесса другой более управляемый процесс, дают возможность наиболее полно учитывать разнообразные конкретные природные условия; поэтому часто, особенно для сложных объектов, они дают наиболее верное решение при сравнительно небольшой счетной работе, а во многих случаях являются практически единственно возможными. Для иллюстрации сказанного приводим табл. 1.

Таким образом, применение аналитических методов возможно лишь при сильной схематизации природных условий. Метод конечных разностей дает возможность бóльшего при-

Таблица I

Сравнительная характеристика различных методов, применяемых для расчетов неустановившейся фильтрации

	Аналитические методы	Метод конечных разностей	Метод гидравлических аналогий
Условия для выполнения расчета	толща однородна	допускается изменение коэффициента фильтрации в пространстве и во времени	
	водоупор горизонтален	водоупор любого очертания	
	мощность фильтрующей толщи усредняется и принимается постоянной	мощность фильтрующей толщи соответствует природным условиям	
	свободная пористость постоянна	изменение свободной пористости в пространстве и во времени	
	начальные и граничные условия—наиболее простые	начальные и граничные условия—довольно сложные	начальные и граничные условия—сложные, близкие к природным
	движение одномерное	движение одномерное и двухмерное в плане	движение одномерное, двухмерное в плане, двухмерное в разрезе, трехмерное (пространственное)

ближения к природным условиям; могут быть рассчитаны процессы одномерные и двухмерные в плане. Метод гидравлических аналогий дает возможность еще бóльшего приближения к природным условиям; могут быть рассчитаны движения одномерные, двухмерные в плане и в разрезе и пространственные при любой неоднородности среды, любых очертаниях области, при любых начальных и граничных условиях. В методе гидравлических аналогий также прибегают к замене дифференциалов конечными приращениями, но только в отношении пространства, время же и напоры учитываются изменяющимися непрерывно.

Следует отметить, что иногда неправильно употребляется выражение «рассчитать по методу аналогий». Так, например, для определения водопритока в подземные выработки со сложными условиями делается прикидка на основании известного из практики водопритока в выработку с несколько сходными условиями. Такое суждение именуется расчетом по методу аналогий неправильно, так как оно основывается лишь на приблизительном сходстве условий.

ЧАСТЬ I

МЕТОД ГИДРАВЛИЧЕСКИХ АНАЛОГИЙ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ ФИЛЬТРАЦИИ

РАЗДЕЛ I

ХАРАКТЕРИСТИКА МЕТОДА

ГЛАВА III

ОСНОВЫ МЕТОДА ГИДРАВЛИЧЕСКИХ АНАЛОГИЙ

§ 9. Возникновение и общая характеристика метода. Принципиальная схема гидравлического интегратора

Метод гидравлических аналогий предложен и разработан проф. В. С. Лукьяновым для расчетов неустановившихся процессов, характеризуемых дифференциальными уравнениями в частных производных 2-го порядка,— в том числе уравнениями Фурье и Буссинеска (§ 4 и 5). Более подробные сведения о классе уравнений, решаемых методом гидравлических аналогий, имеются в литературе (Лукьянов, 1937, 1939 и 1947). Метод предложен в 1934 г. и первоначально использован для тепловых расчетов; в силу аналогии процессов теплопередачи и фильтрации этот метод вскоре начал применяться для расчетов фильтрации.

Расчеты осуществляются с помощью *гидравлического интегратора* (рис. 13). Последний в схеме (рис. 14) представляет собой «ряд вертикальных открытых сверху сосудов, соединенных через гидравлические сопротивления» (Лукьянов, 1937). Конструкция интегратора позволяет включать сосуды нужного сечения ω и гидравлические сопротивления нужной величины ρ.

По характеристике В. С. Лукьянова метод гидравлических аналогий «основан на использовании... аналогий, моделирования, механизации расчетов и частично метода конечных разностей».

В рассматриваемом методе используется аналогия между изучаемым движением (фильтрацией воды в породе или движением тепла в твердом теле) и движением воды в гидравли-

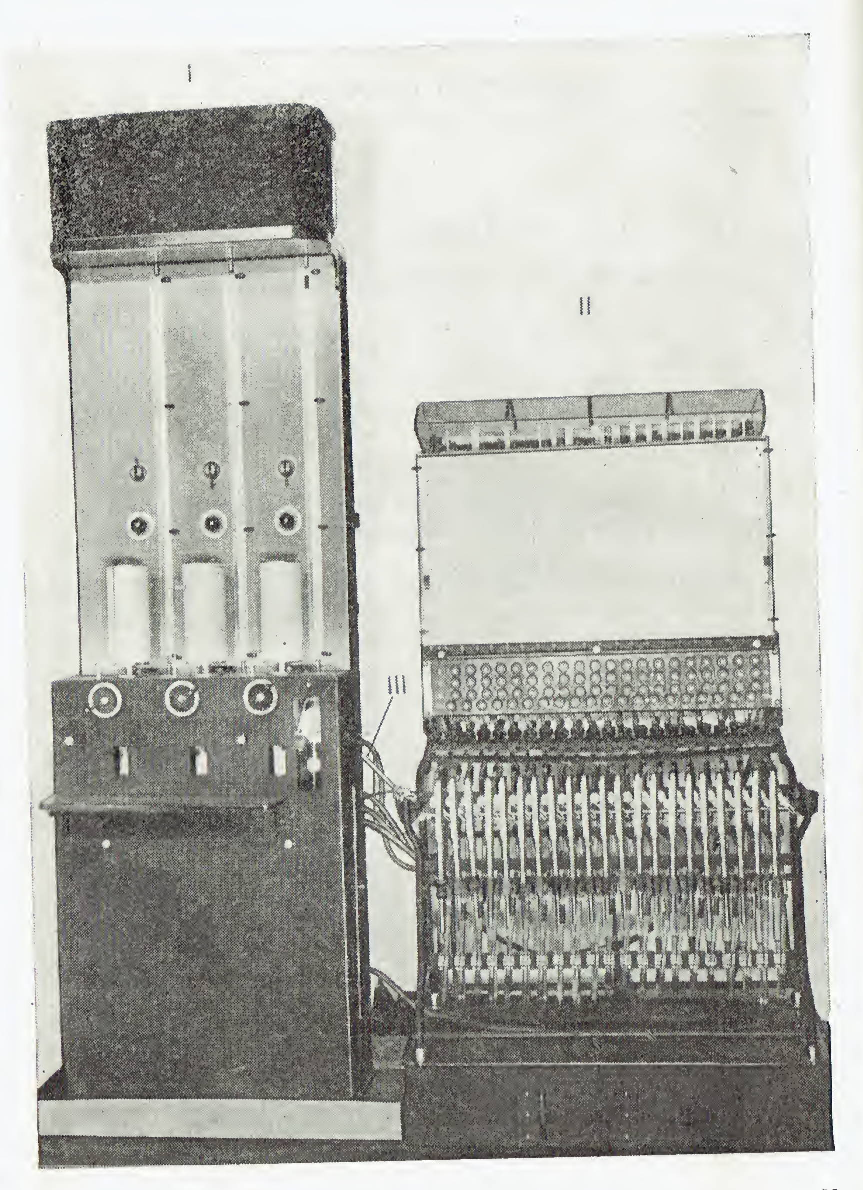


Рис. 13. Гидравлический интегратор ИГ-2. Общий вид спереди: I. Установка для задания граничных условий; II. Секция с 20 расчетными точками; III. Рычаг полуавтоматического устройства для одновременного включения и выключения секции и установки граничных условий

ческом интеграторе. На интеграторе осуществляется как бы *гидравлическая модель* изучаемого объекта и процесса. Регистрация соответствующих величин на интеграторе дает численное решение интересующих задач.

Особенной наглядностью отличаются решения на гидравлическом интеграторе фильтрационных задач. Процесс изме-

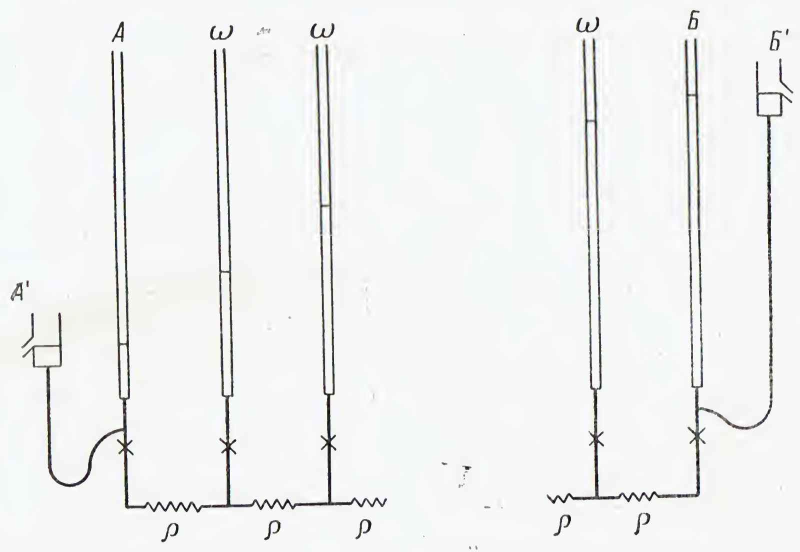


Рис. 14. Принципиальная схема гидравлического интегратора: ω — сосуды емкости; ρ — гидравлические сопротивления; *А* и *Б* — граничные пьезометры, соединенные с подвижными водосливами A^1 и $Б^1$; х — краны

нения уровней воды под влиянием естественных природных или искусственных причин развивается на интеграторе наглядно в виде изменения уровней воды в пьезометрах в определенном масштабе времени. Отсчет уровней по миллиметровке в принятом масштабе высот дает численное решение задачи.

Дальнейшее рассмотрение метода гидравлических аналогий ведется применительно к вопросам фильтрации.

§ 10. Некоторые гидрогеологические формулы

В природных условиях в большинстве случаев фильтрация имеет ламинарный характер и происходит по закону Дарси — линейному закону фильтрации, согласно которому ско-

рость фильтрации пропорциональна первой степени пьезометрического уклона:

$$v = kI, \tag{III,1}$$

или в дифференциальной форме

$$v = -k\frac{\partial H}{\partial x}. \tag{III,2}$$

Здесь v — скорость фильтрации — *м/сут*, k — коэффициент фильтрации — *м/сут*, $I = \frac{dH}{dx}$ — пьезометрический уклон, или градиент напора,— безразмерная величина. Знак минус в формуле (III, 2) стоит потому, что поток направлен в сторону падения напоров.

В гидравлическом интеграторе движение воды также имеет ламинарный характер, что обеспечено наличием в нем трубок сопротивления (см. стр. 71 и § 44).

Запишем ряд простейших гидрогеологических формул, которые используются в дальнейшем.

Расход потока шириной B по Дюпюи—Каменскому выражается формулой (рис. 15):

$$Q = k\frac{h_1 + h_2}{2}\cdot\frac{H_2 - H_1}{l}B, \tag{III,3}$$

Рис. 15

где k — коэффициент фильтрации породы — *м/сут*, h_1 и h_2 — мощность водоносного слоя в сечениях 1 и 2, расположенных по падению потока — *м*, H_1 и H_2 — пьезометрические уровни в тех же сечениях — *м*, l — расстояние между сечениями — *м*, B — ширина потока (перпендикулярно чертежу) — *м*.

Размерность величины Q

$$[Q] = \left[k\frac{h_1 + h_2}{2}\cdot\frac{H_2 - H_1}{l}B\right] = \frac{м}{сут}\cdot м\cdot\frac{м}{м}\cdot м = \frac{м^3}{сут}.$$

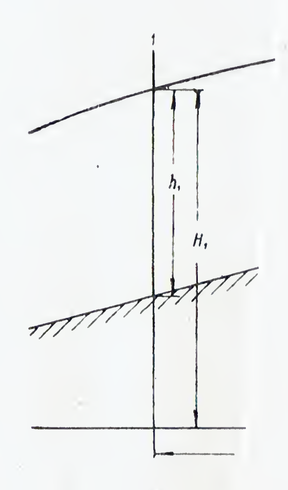
Формула (III,3) может быть записана в виде

$$Q = kh_{ср}IB, \tag{III,4}$$

рость фильтрации про
рического уклона:

или в дифференциалы

Здесь v — скорост
ент фильтрации — *м*
или градиент напора



Ри

где k — коэффиц
мощность водоно
по падению пото
тех же сечениях
B — ширина пот
Размерность

$[Q] = \Big[k\ \frac{h_1 -}{}$

Формула (III,3

где $h_{ср} = \frac{h_1 + h_2}{2}$ — средняя мощность потока между сечениями, $I = \frac{H_2 - H_1}{l}$ — пьезометрический уклон.

Расход потока шириной 1 *м* выражается формулой

$$q = k\,\frac{h_1 + h_2}{2} \cdot \frac{H_2 - H_1}{l}\ 1\ м^3/сут, \qquad \text{(III,5)}$$

или

$$q = kh_{ср}I\ 1\ м^3/сут. \qquad \text{(III,6)}$$

§ 11. Вывод аналогии. Формула масштаба времени

Представим себе «плоский» одномерный поток грунтовых вод единичной ширины (1 *м*) в пределах гидрогеологического профиля, изображенного на рис. 16.

При выполнении расчета на интеграторе, в случае одномерного движения, изучаемая область фильтрации — изучаемый профиль — мысленно разбивается вертикальными плоскостями на участки конечной длины, точнее на *элементарные объемы*, длина которых вдоль потока Δx *м*, а ширина по простиранию потока 1 *м*.

Могут быть учтены разнообразные условия. Толща может быть неоднородной, водоупор может иметь постоянный или переменный уклон, инфильтрация может быть или отсутствовать. Профиль может быть ограничен с двух сторон реками или с одной стороны рекой, а с другой — водоразделом или, наконец, иметь более сложные условия на границах.

В пределах профиля рассмотрим три соседних участка (рис. 17) с порядковыми номерами $n-1$, n, $n+1$; границы их проведены на рисунке сплошными линиями.

Обозначим длину участков через Δx, а расстояние между центрами соседних участков $\Delta x'$. Мощности грунтовых вод и отметки уровня воды обозначаем соответственно буквами h и H с указанием в индексе порядкового номера участка. Стрелки на чертеже (рис. 17) указывают *приток* воды на средний участок n и *отток* с него на участок $n-1$.

Количество воды, притекающее на средний участок в единицу времени, равно по Дюпюи:

$$q_{n+1,n} = k\,\frac{h_{n+1} + h_n}{2} \cdot \frac{H_{n+1} - H_n}{l}\ 1, \qquad \text{(III,7)}$$

где 1 — единичная ширина потока — *м*, остальные обозначения ясны из рис. 17.

Подобную же формулу можно написать и для оттока воды.

В формуле (III,7) обозначим

$$\frac{h_{n+1}+h_n}{2}=h_{\text{ср}}=h, \qquad \text{(III,8)}$$

где $h=h_{\text{ср}}$ — мощность потока на середине расстояния между центрами соседних участков.

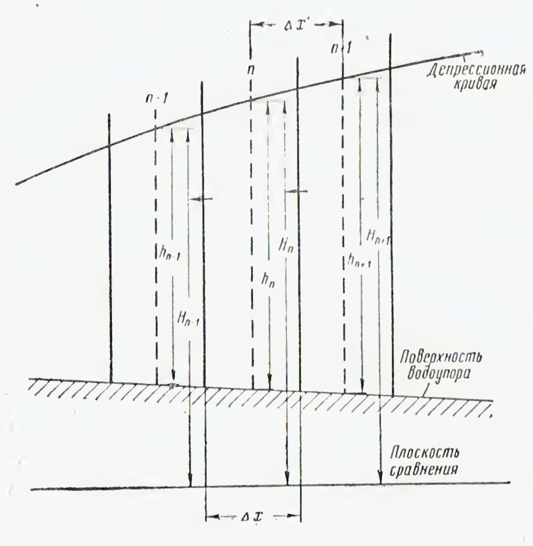


Рис. 17

Перепишем выражение (III,7) в следующем виде:

$$q_{n+1,n}=kh\,1\,\frac{H_{n+1}-H_n}{\Delta x'}=\frac{kh1}{\Delta x'}\,(H_{n+1}-H_n)=\frac{H_{n+1}-H_n}{R_{n+1,n}},$$

т. е.

$$\boxed{q_{n+1,n}=\frac{H_{n+1}-H_n}{R_{n+1,n}}}\,. \qquad \text{(III,9)}$$

Величина

$$\boxed{R_{n+1,n}=\frac{\Delta x'}{kh1}} \qquad \text{(III,10)}$$

представляет собой *гидравлическое сопротивление породы на участке профиля между сечениями* $n+1$ *и* n (рис. 17).

Если вместо единичной ширины будем рассматривать ширину потока B, то

$$R_{n+1,n}=\frac{\Delta x'}{khB}\,. \qquad \text{(III,11)}$$

Выражение (III,9) показывает, что расход потока пропорционален разности напоров и обратно пропорционален гидравлическому сопротивлению R.

Гидравлическое сопротивление участка профиля, согласно (III,10) и (III,11), пропорционально длине пути фильтрации и обратно пропорционально коэффициенту фильтрации и мощности слоя (т. е. проводимости слоя kh), а также ширине потока.

Размерность гидравлического сопротивления

$$[R]=\left[\frac{\Delta x'}{khB}\right]=\frac{\text{м}\cdot\text{сут}}{\text{м}\cdot\text{м}\cdot\text{м}}=\frac{\text{сут}}{\text{м}^2}\,. \qquad \text{(III,12)}$$

Как видим, гидравлическое сопротивление подсчитывается очень просто.

Из (III,9) следует:

$$R_{n+1,n}=\frac{H_{n+1}-H_n}{q_{n+1,n}}, \qquad \text{(III,13)}$$

или, обозначая

$$H_{n+1}-H_n=\Delta H$$

и отбрасывая индексы:

$$R=\frac{\Delta H}{q}\,. \qquad \text{(III,14)}$$

Из этого выражения видно, что если $q=1$, то $R=\Delta H$. Следовательно, гидравлическое сопротивление породы при перетекании воды от центра одного участка к центру другого численно равно той разности уровней, которая необходима для пропуска расхода, равного единице.

Возвращаемся к чертежу (рис. 17). Если приток воды на средний участок и отток с него неравны, то уровень воды на среднем участке изменится.

Обозначим Δh — изменение (повышение или спад) уровня воды на среднем участке — *м*, ΔQ — изменение (прибыль или убыль) количества воды на нем — *м*³, в таком случае

$$\Delta Q=\Delta h\Delta x1\mu, \qquad \text{(III,15)}$$

где μ — свободная пористость, т. е. недостаток насыщения породы при подъеме уровня воды или водоотдача при спаде уровня.

Обозначим

$$\mu \Delta x 1 = C; \tag{III,16}$$

тогда

$$\boxed{\Delta Q = C \Delta h}, \tag{III,17}$$

где C — общая водоемкость участка профиля.

Размерность величины C

$$[C] = [\mu \cdot \Delta x 1] = м^2. \tag{III,18}$$

Если в выражении (III,17) $\Delta h = 1$ *м*, то

$$C = \Delta Q \ м^2. \tag{III,19}$$

Следовательно, C — водоемкость участка, измеряемая в $м^2$, численно равна тому объему воды, который нужно прилить на участок, чтобы уровень воды на нем повысился на 1 *м*.

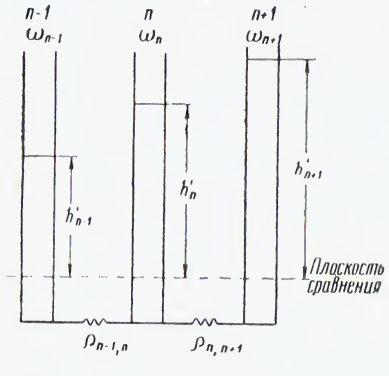


Рис. 18

В интеграторе рассмотрим три последовательных сосуда $n-1$, n, $n+1$, сечения которых соответственно равны ω_{n-1}, ω_n, ω_{n+1} (рис. 18). Сосуды соединены через гидравлические сопротивления $\rho_{n-1,\,n}$ и $\rho_{n,\,n+1}$, обеспечивающие ламинарное движение воды. Уровни воды, отсчитываемые от произвольной плоскости сравнения, соответственно равны h'_{n-1}, h'_n, h'_{n+1}. Имеется ток воды от сосудов с более высоким уровнем к сосудам с более низким уровнем воды.

Количество воды, притекающее к сосуду n из сосуда $n+1$, пропорционально разности уровней и обратно пропорционально сопротивлению между ними:

$$\boxed{q'_{n+1,n} = \frac{h'_{n+1} - h'_n}{\rho_{n+1,n}}}. \tag{III,20}$$

В случае неравенства притока и оттока в сосуде n произойдет изменение уровня воды, которое обозначим $\Delta h'$. Изменение количества воды в среднем сосуде

$$\boxed{\Delta Q' = \Delta h'\omega,} \qquad (III,21)$$

где ω — поперечное сечение сосуда в $см^2$, а $\Delta h'$ — изменение высоты уровня в сантиметрах.

Выпишем уравнения, полученные для гидрогеологического профиля и для гидравлического интегратора:

на профиле	в интеграторе
$q_{n+1,n} = \dfrac{H_{n+1} - H_n}{R_{n+1,n}}$, (III,9)	$q'_{n+1,n} = \dfrac{h'_{n+1} - h'_n}{\rho_{n+1,n}}$, (III,20)
$\Delta Q = C\Delta h$; (III,17)	$\Delta Q' = \omega\Delta h'$. (III,21)

Уравнения (III,9) и (III,20), а также (III,17) и (III,21) попарно аналогичны. Это обстоятельство доказывает аналогию, соответствие процесса, происходящего в интеграторе, и процесса фильтрации в пределах гидрогеологического профиля. Величинам R и C на профиле соответствуют величины ρ и ω на интеграторе.

Аналогом гидравлического сопротивления R участка профиля служит гидравлическое сопротивление ρ трубки сопротивления на интеграторе (см. стр. 71 и § 44). Аналогом водоемкости C участка профиля служит сечение сосуда емкости ω (см. стр. 66). Трубки сопротивления и сосуды емкости интегратора являются главными *элементами аналогии.*

Если мы назначим на интеграторе по всей рассматриваемой области ρ равными численно R, и ω равными C, то процесс на интеграторе будет совершаться численно с той же скоростью, что и процесс в природе.

Уменьшение величины ρ в n раз по сравнению с величиной R ускорит процесс в n раз. Уменьшение величины ω в m раз по сравнению с величиной C ускорит процесс в m раз. Одновременное уменьшение величины ρ в n раз и величины ω в m раз ускорит процесс в nm раз.

Отношение $\dfrac{CR}{\omega\rho}$ покажет, во сколько раз процесс на интеграторе совершается быстрее природного.

В данном методе *масштабом* принято называть *отношение величины в природе к величине на интеграторе.* При этом про-

тяженность и время в природе в фильтрационных расчетах обычно измеряются в *м* и *сут*; соответствующие величины на интеграторе измеряются в *см* и *мин.*

Масштаб времени m_t выражается формулой

$$\boxed{m_t = \frac{CR}{\omega \cdot \rho} = \frac{C_i R_{j-k}}{\omega_i \rho_{j-k}}}. \qquad (III,22)$$

Размерность как числителя CR, так и знаменателя $\omega\rho$ в формуле (III,22) — время, но измеряемое в разных единицах: CR измеряется в единицах, принятых для рассчитываемого процесса, например в сутках при коэффициенте фильтрации в *м/сут,* а $\omega\rho$ — в единицах, принятых для процесса на интеграторе, а именно в минутах [1].

Масштаб времени m_t показывает, какому количеству суток в природе соответствует 1 минута работы интегратора.

При равномерной разбивке профиля, когда $\Delta x' = \Delta x$, формула масштаба времени может быть записана так:

$$\boxed{m_t = \frac{T}{t} = \frac{CR}{\omega\rho} = \frac{\mu (\Delta x)^2}{kh\omega\rho} \text{ сут/мин}}, \qquad (III,25)$$

где T — длительность процесса в природе в сутках, t — длительность соответствующего процесса на интеграторе в минутах.

Формула масштаба времени имеет очень важное значение. Имеется несколько путей ее вывода. Описанный способ выво-

---

[1] Из формул (III,18) и (III,12) следует, что

$$[CR] = м^2 \frac{сут}{м^2} = сут. \qquad (III,23)$$

На интеграторе при расходе $q = \dfrac{h'_{k+1} - h'_n}{\rho}$, измеряемом в $см^3/мин$ (см. III,20), имеем разномерность сопротивления $[\rho] = \left[\dfrac{h'_{n+1} - h'_n}{q'}\right] = \dfrac{см \cdot мин}{см^3} = \dfrac{мин}{см^2}$, следовательно,

$$[\omega\rho] = см^2 \frac{мин}{см^2} = мин. \qquad (III,24)$$

да формулы масштаба времени дан В. С. Лукьяновым в работе 1946 г. для тепловых расчетов и в работе 1957 г. для фильтрационных расчетов. В более ранних работах того же автора (1937 и 1939) определение масштаба времени обосновано возможностью назначения любых единиц времени для рассчитываемого процесса. В работе В. С. Лукьянова и М. Д. Головко (1957 г.) вывод сделан путем перехода к безразмерным величинам.

Имеющиеся в литературе указания, очевидно, не исчерпывают всех возможностей вывода этой чрезвычайно важной формулы. В частности, формула масштаба времени применительно к вопросам фильтрации может быть выведена следующим образом.

Выпишем и сравним зависимости, характеризующие движение воды в пределах гидрогеологического профиля и в интеграторе:

на профиле	в интеграторе
Количество воды, перетекающей с одного участка на другой за время T:	Количество воды, перетекающей от одного сосуда к другому за время t:
$Q = \frac{h_2 - h_1}{R} T = \frac{\Delta h}{R} T$ м³, (III,26)	$Q' = \frac{h_2' - h_1'}{\rho} t = \frac{\Delta h'}{\rho} t$ см³. (III,26′)
где $R = \frac{\Delta x'}{kh1}$. (III,27)	

Соотношение величин Q и Q' приводит к следующим зависимостям:

$$\frac{Q}{Q'} = m_v = \frac{\Delta h \rho T}{\Delta h' R t} = m_h m_t \frac{\rho}{R},$$

или

$$m_v = m_h m_t \frac{\rho}{R}; \quad \text{(III,28)}$$

$$m_t = \frac{T}{t} = \frac{m_v}{m_h} \cdot \frac{R}{\rho}, \quad \text{(III,29)}$$

где m_t — масштаб времени, m_h — масштаб высот, m_v — масштаб объемов.

Изменение количества воды на участке профиля в результате перетекания воды с участка на участок (прибыль или убыль) за время T:

$$\Delta Q = \mu \cdot \Delta x \; 1 \; \Delta h = C \Delta h \text{ м}^3, \quad \text{(III,30)}$$

где

$$C = \mu \Delta x \; 1. \quad \text{(III,31)}$$

Изменение количества воды в сосуде в результате перетекания воды от сосуда к сосуду (прибыль или убыль) за время t:

$$\Delta Q' = \omega \Delta h', \text{ см}^3. \quad \text{(III,30')}$$

Соотношение величин ΔQ и $\Delta Q'$ приводит к следующей зависимости:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta Q'} = m_v = \frac{C \Delta h}{\omega \Delta h'} = \frac{C}{\omega} m_h; \quad \text{(III,32)}$$

$$\frac{m_v}{m_h} = \frac{C}{\omega}. \quad \text{(III,33)}$$

Из (28) и (29), с учетом (27) и (31) при $\Delta x' = \Delta x$, следует

$$m_t = \frac{T}{t} \text{ сут/мин} = \frac{CR}{\omega \rho} = \frac{\mu (\Delta x)^2}{kh\omega\rho} \text{ сут/мин.} \quad \text{(III,34)}$$

Различные способы вывода формулы масштаба времени показаны на рис. 16, который может быть использован для учебного плаката при занятиях со студентами.

§ 12. Масштаб высот. Масштаб расходов. Масштаб объемов

Из числа других масштабных соотношений следует указать:

а) *масштаб высот* m_h — отношение высоты в природе, выраженной в метрах, к высоте на интеграторе, выраженной в сантиметрах:

$$m_h = \frac{H_{\text{прир}}}{h_{\text{инт}}} \text{ м/см}; \quad \text{(III,35)}$$

при $m_h = 1$ *м/см* — 1 *м* в природе соответствует 1 *см* на интеграторе, при $m_h = 0{,}20$ *м/см* — 0,20 *м* соответствует 1 *см* на интеграторе;

б) *масштаб расходов* m_q — отношение расхода воды в природе, выраженного в $м^3/сут$, к расходу воды в интеграторе, выраженному в $см^3/мин$:

$$m_q = \frac{Q_{прир}}{q_{инт}} \quad \frac{м^3/сут}{см^3/мин} = \frac{\Delta H_{прир}\rho}{R\Delta h_{инт}} = m_h \frac{\rho}{R} \quad \frac{м^3/сут}{см^3/мин}; \qquad (III,36)$$

в) *масштаб объемов* m_v — отношение объема воды в природе, выраженного в $м^3$, к соответствующему объему воды в интеграторе, выраженному в $см^3$:

$$m_v = \frac{v_{прир}}{v_{инт}} м^3/см^3. \qquad (III,37)$$

ГЛАВА IV

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ПО РАСЧЕТУ НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ ФИЛЬТРАЦИИ

§ 13. Условия однозначности

Решить задачу неустановившейся фильтрации значит определить значения напоров, а для потоков со свободной поверхностью — велечину уровней грунтовых вод в любой точке исследуемой области фильтрации для любого момента времени. Решить такую задачу можно только в том случае, если установлена математическая зависимость между отдельными факторами, определяющими явление.

Для неустановившейся фильтрации зависимость между напором H и временем t выражена уравнениями Буссинеска (§ 4). В случае «плоского» одномерного движения уравнение имеет вид

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial}{\partial x}\left(kh\frac{\partial H}{\partial x}\right) + \frac{w}{\mu} . \qquad (I,1)$$

Уравнение (I,1) выражает физические законы, определяющие изменения напоров вдоль профиля во времени. Оно выражает лишь общие связи определенного класса явлений. Указаний о конкретных условиях единичного явления оно не содержит. Для такой общей формулировки можно иметь множество решений.

Для того чтобы задача была определенной, должны быть заданы *условия однозначности*, т. е. условия единственности решения. Этих условий четыре:

1) *геометрические размеры* области фильтрации: длина профиля, положение водоупора, мощность водоносного слоя;

2) *расчетные физические характеристики:* k — коэффициент фильтрации, μ — свободная пористость, w — инфильтрация;

3) *начальные условия,* т. е. значения функции в начальный момент времени; например, исходная депрессионная кривая для начального момента времени $t=0$

$$H = H_{(x,t)} = H_{(x,0)}; \qquad \text{(IV,1)}$$

4) *граничные условия,* т. е. изменение во времени функции или ее производной на границах области фильтрации.

Остановимся более подробно на характеристике некоторых понятий.

§ 14. Начальные условия

Исходные уровни вдоль исследуемого профиля для начального момента времени могут быть заданы в виде таблицы, графика или аналитически. Если исследуется конкретный объект (например поток грунтовых вод с известными, по наблюдениям, уровнями воды), начальные условия сообщаются в виде таблицы или графика; недостающие величины получаются интерполяцией. Если исследуется теоретический случай, и в начальный момент времени поток характеризуется *стационарным* состоянием, то начальная депрессионная кривая, в случае горизонтального водоупора и однородной толщи, рассчитывается по известным уравнениям (IV,2), (IV,3).

Для потока без местного инфильтрационного питания установившаяся депрессионная кривая характеризуется уравнением Дюпюи:

$$h = \sqrt{h_1^2 + (h_2^2 - h_1^2)\frac{x}{l}}\,, \qquad \text{(IV,2)}$$

где обозначения ясны из рис. 19. Согласно уравнению (IV,2) депрессионная кривая является дугой параболы.

В случае ограниченного потока (рис. 19) должны быть известны мощности потока по краям профиля и его длина. В случае полубесконечного потока (рис. 20) должны быть известны мощности потока в двух сечениях профиля и расстояние между ними; остальная кривая рассчитывается по интерполяции и экстраполяции.

Вдоль потока по Дюпюи (IV,2) расход, при установившемся движении, имеет постоянное значение.

Для потока с местным инфильтрационным питанием, при условии его постоянства вдоль профиля, установившаяся де-

прессионная кривая (рис. 21) рассчитывается по уравнению Каменского для междуречного массива:

$$h = \sqrt{h_1^2 + (h_2^2 - h_1^2)\frac{x}{L} + \frac{w}{k}(Lx - x^2)}, \qquad \text{(IV,3)}$$

где k — коэффициент фильтрации — *м/сут*, w — инфильтрационное питание — *м/сут*.

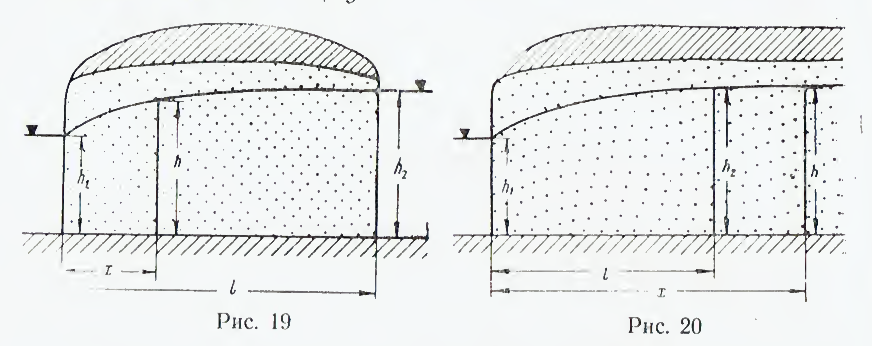


Рис. 19 Рис. 20

Для расчета необходимо знать: мощности потока h_1 и h_2 по краям междуречного массива и его ширину L или координаты любых двух точек кривой; коэффициент фильтрации k; инфильтрацию w.

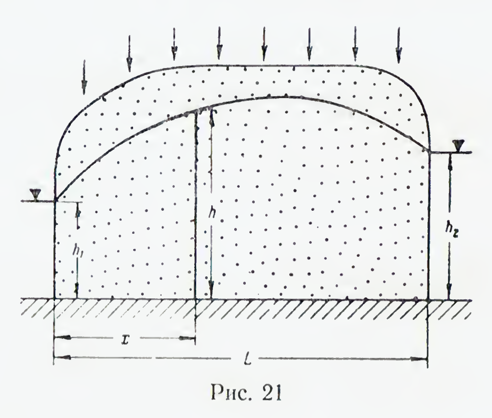


Рис. 21

Вдоль такого потока его расход возрастает от водораздела к рекам. Форма кривой эллиптическая.

В случае *симметричного водораздела*

$$h = \sqrt{h_1^2 + \frac{w}{k}(2ax - x^2)}. \qquad \text{(IV,4)}$$

Уравнение (IV, 3) представляет собой общее уравнение установившихся депрессионных кривых потоков грунтовых вод для рассматриваемых условий (т. е. для горизонтального водоупора, однородной толщи и постоянной вдоль профиля величины инфильтрационного питания). Уравнение (IV,2) представляет собой частный случай уравнения (IV,3) при $w=0$.

В случае горизонтальной поверхности воды ординаты в начальный момент одинаковы

$$H_{(x,0)} = \text{const}. \qquad (IV,5)$$

§ 15. Граничные условия I и II рода

Граничные условия, т. е. условия на границах исследуемой области фильтрации, могут быть заданы различными способами, имеющими различные названия, заимствованные из математики.

Граничные условия I рода. На границе профиля задается *напор* как функция времени:

$$H_{(0,t)} = f(t), \qquad (IV,6)$$

$$H_{(l,t)} = F(t). \qquad (IV,7)$$

Например, характер изменения *уровня воды* в реке во время паводка задается как функция времени (таблицей, графиком или аналитически).

В частном случае напор может быть постоянным в течение всего процесса фильтрации; в таком случае:

$$H_{(0,t)} = H_{(0)} = \text{const}, \qquad (IV,8)$$

$$H_{(l,t)} = H_{(l)} = \text{const}. \qquad (IV,9)$$

В задачах по расчету неустановившейся фильтрации на одном или на обоих концах профиля могут иметь место граничные условия I рода (см. § 16).

Граничные условия II рода. На одном или на обоих концах профиля задается *расход* воды как функция времени:

$$q_{(0,t)} = f(t), \qquad (IV,10)$$

$$q_{(l,t)} = f_1(t). \qquad (IV,11)$$

В частном случае расход может быть постоянным в течение всего процесса фильтрации; в таком случае:

$$q_{(0,t)} = q_{(0)} = \text{const}, \qquad \text{(IV,12)}$$

$$q_{(l,t)} = q_{(l)} = \text{const}. \qquad \text{(IV,13)}$$

Осуществление граничных условий I и II рода на интеграторе указано в § 29.

§ 16. Определение расчетной схемы

Для выполнения расчета неустановившейся фильтрации необходимо тщательно разобраться в особенностях гидрогеологического профиля и составить *расчетную схему*. При этом должны быть учтены главные особенности профиля, а второстепенные — схематизированы или отброшены. Принимаемые

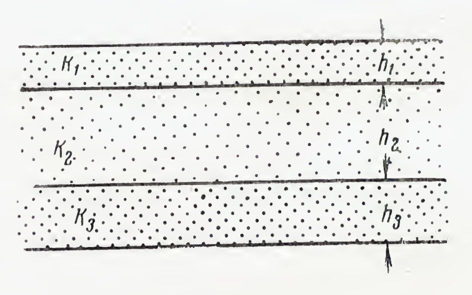


Рис. 22

допущения должны быть логически обоснованы. Ниже указаны некоторые возможные *допущения*.

1. Допущение о совершенном дренировании водоносного горизонта рекой, т. е. о полной разгрузке водоносного слоя в русло реки, будет правильно только при условии, если русло сложено хорошо фильтрующими породами, а его ширина значительно (в несколько раз) больше мощности водоносного слоя.

2. Неоднородная толща в случае необходимости может быть заменена однородной двумя путями:

1) путем определения *средневзвешенного* коэффициента фильтрации по формулам Г. Н. Каменского:

а) в случае фильтрации вдоль напластования:

$$k_{ср} = \frac{k_1h_1 + k_2h_2 + \ldots + k_nh_n}{h_1 + h_2 + \ldots + h_n}, \qquad (IV,14)$$

где обозначения ясны из рис. 22;

б) в случае фильтрации перпендикулярно напластованию:

$$k_{ср} = \frac{h_1 + h_2 + \ldots + h_n}{\frac{h_1}{k_1} + \frac{h_2}{k_2} + \ldots + \frac{h_n}{k_n}}; \qquad (IV,15)$$

2) путем вычисления *виртуальной мощности* потока при фильтрации вдоль напластования по формуле

$$h_{вирт} = h_1 + \frac{k_2}{k_1}h_2 + \ldots + \frac{k_n}{k_1}h_n. \qquad (IV,15)$$

Доказано, что переход к однородной толще допустим даже при значительной разнице коэффициентов фильтрации (Лукьянов, Вевноровская, 1957). Практически разнообразные пески, гравий и легкие супеси могут рассчитываться по усредненным данным.

Однако необходимо отметить, что при работе на гидравлическом интеграторе усредненными данными приходится пользоваться лишь в некоторых случаях, в большинстве же случаев неоднородность может быть учтена. Так, например, при постановке двух- и трехмерных задач изменчивость фильтрационных свойств пород в любом направлении легко учитывается. При постановке одномерных задач изменчивость коэффициентов фильтрации в горизонтальном направлении от сечения к сечению также легко учитывается; усреднение производится только по вертикальному направлению в пределах отдельных сечений.

3. Инфильтрация может не учитываться, если исследуемый участок мал по сравнению с расстоянием его от водораздела. В этом случае увеличение расхода на изучаемом профиле за счет местной инфильтрации невелико по сравнению с расходом, поступающим на профиль со стороны водораздела. Доказано (Лукьянов, Вевноровская, 1957), что инфильтрация может не учитываться, если расстояние L от реки до водораздела превышает пятикратную длину профиля l:

$$L > 5l. \qquad (IV,17)$$

При определении расчетной схемы необходимо установить характер потока: а) движение одномерное, двух- или трехмерное, б) поток «плоский», радиальный, в) задача симметрич-

ная, осесимметричная, г) поток ограниченный или полубесконечный, д) характер питания, е) характер граничных условий.

Рассмотрим некоторые схемы для одномерного потока. При изучении влияния водохранилищ на грунтовые воды могут иметь место следующие *типовые расчетные схемы.*

Рис. 23. Схема ограниченного потока

Схема 1. Поток ограничен двумя реками (рис. 23). В одной реке (правой) уровень неизменен; в другой (левой) уровень задается как функция времени или мгновенно повышается[1] на некоторую величину Δh_1 и далее остается неизменным. В данном случае на обеих границах задан напор, т. е. граничные условия I рода (осуществление их на интеграторе указано в § 29).

Толща может быть однородной или неоднородной, что не меняет общего хода решения. Поверхность водоупора может

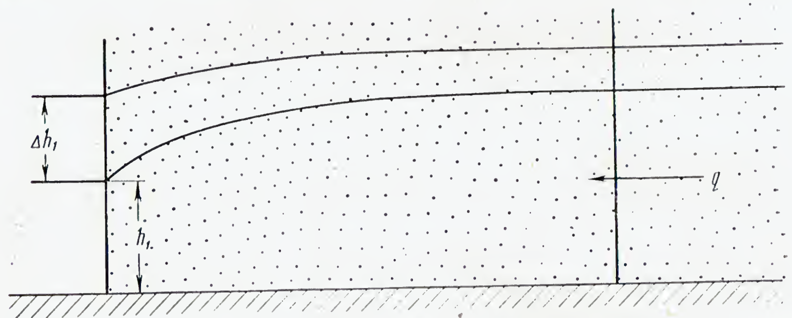


Рис. 24. Схема «полубесконечного» потока

иметь переменный или нулевой уклон. Начальная и конечная депрессионные кривые при одномерном движении, однородной толще и горизонтальном водоупоре определяются уравнением Дюпюи (IV,2) или уравнением Г. Н. Каменского (IV,3).

Развитие подпора ограничено правой рекой. Этот тип задач наиболее прост.

Схема 2. Имеется полубесконечный поток (рис. 24). На

[1] Понятие «мгновенное повышение уровня» является условным; оно введено в математике для упрощения расчетов; условно допускается, что уровень повысился уже в начальный момент времени.

одной границе задан напор и его изменение во времени, на другой — задан расход. В данной схеме имеем на левой границе — граничное условие I рода, на правой — граничное условие II рода. В результате постепенного развития подпора уровень воды у нагорного края профиля будет повышаться до тех пор, пока подпор достигнет предельного состояния.

Начальная депрессионная кривая определяется уравнением Дюпюи (IV,2); предельная кривая подпора определяется уравнением

$$y^2 = h^2 + (y_1^2 - h_1^2). \tag{VI,18}$$

Обозначения ясны из рис. 25.

Граничное условие II рода осуществляется на интеграторе (§ 29) несколько сложнее, чем граничное условие I рода. Поэтому в некоторых случаях оказывается рациональным для начального этапа, пока развитие подпора не дошло до края

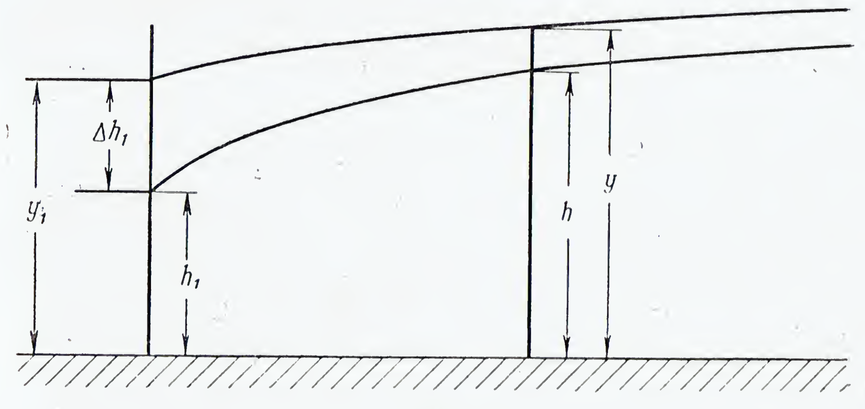


Рис. 25

профиля, осуществлять граничное условие I рода (поскольку уровень остается неизменным) и, лишь когда подпор приблизится к краю профиля, перейти на граничное условие II рода.

Схема 2 нуждается еще в другом, дополнительном, пояснении. В процессе развития подпора на верховом крае профиля изменяется не только уровень, но с уменьшением уклонов уменьшается также и расход потока; закон этого изменения нам заранее неизвестен. Осуществление постоянного расхода потока q непосредственно у края расчетного профиля зависит скорость развития подпора. Для приближения условий

расчета к естественным природным условиям следует удлинять профиль не менее чем в 4 раза по сравнению с длиной расчетного профиля (рис. 26). Это несколько приближает расчет к условиям «полубесконечного» потока; уменьшение расхода q с течением времени на краю расчетного профиля *Б* получится автоматически, и лишь в самом конце процесса, когда подпор достигнет удаленного края профиля *В*, требуемое условие несколько нарушится. Однако это нарушение

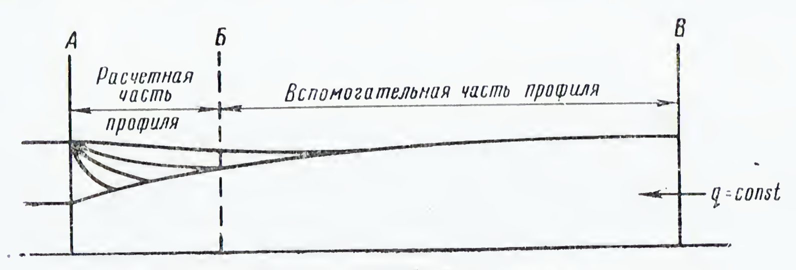


Рис. 26. Удлинение профиля с целью приближения к «полубесконечному» потоку

произойдет в конце расчета, когда процесс будет близок к завершению.

Задачи по схемам 1 и 2 могут быть линейными или нелинейными и подчиняться соответствующим уравнениям § 4 главы I. Различный характер их решения указан ниже (§ 34).

Схема 3. Гидрогеологический профиль охватывает междуречный массив или часть его (см. рис. 21). Питание грунтовых вод происходит исключительно за счет инфильтрации с поверхности земли. В этом случае:

а) начальная и конечная депрессионные кривые, при однородной толще и горизонтальном водоупоре, характеризуются уравнением (IV,3);

б) процесс неустановившейся фильтрации, при одномерном движении, характеризуется уравнениями: в случае линейной задачи (I,8) — (I,10), в случае нелинейной задачи (I,1), (I,3) — (I,7);

в) при осуществлении расчета на интеграторе требуется приливание воды в сосуды емкости сверху в количестве, соответствующем величине инфильтрационного питания (стр. 93—94), или учет инфильтрации другим способом (стр. 95—97).

Если задача симметричная, т. е. реки имеют одинаковые уровни, которые в ходе процесса изменяются также одинако-

во, а водораздельный массив имеет однородное или симметричное строение, то расчет ведется для половины профиля — от реки до водораздела. На водоразделе имеем частный случай граничного условия II рода: $q=0$. Осуществление его на интеграторе указано на стр. 93.

Полная формулировка задачи должна содержать характеристику потока, математическую формулировку процесса, перечисленные выше условия однозначности (§ 13) и требуемый характер ответа.

§ 17. Переход от сплошной области фильтрации к сосредоточенным параметрам

При выполнении расчета с помощью гидравлического интегратора мы заменяем сплошную область фильтрации системой сосредоточенных параметров.

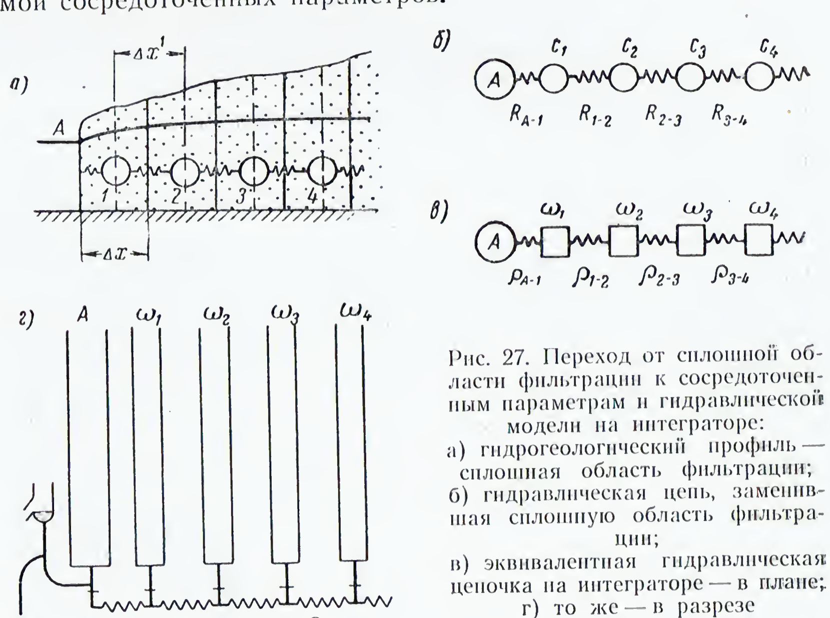


Рис. 27. Переход от сплошной области фильтрации к сосредоточенным параметрам и гидравлической модели на интеграторе:
а) гидрогеологический профиль — сплошная область фильтрации;
б) гидравлическая цепь, заменившая сплошную область фильтрации;
в) эквивалентная гидравлическая цепочка на интеграторе — в плане;
г) то же — в разрезе

В одномерной задаче профиль разбивается вертикальными цилиндрическими поверхностями равного напора на элементарные участки (рис. 27, а), точнее на элементарные объемы, имеющие различную длину по потоку и ширину (по простира-

нию потока, т. е. перпендикулярно чертежу). В случае «плоского» потока цилиндрические поверхности превращаются в плоскости, и ширина элементарных объемов принимается равной 1 *м*. Рассмотрим подробнее случай «плоского» потока.

Обозначим длину участков Δx, расстояние между центрами участков $\Delta x'$. Представим себе, что водоемкости C сосредоточены в центрах участков и соединены между собой через гидравлические сопротивления R. Подсчитаем величины C и R:

$$C_n = \mu \Delta x_n 1 \ м^2, \qquad (IV,19)$$

где C_n — общая водоемкость выделенного участка (см. стр. 38), μ — свободная пористость, Δx_n — длина выделенного участка по направлению потока — *м*, 1 — ширина потока — *м*;

$$R_{n,n+1} = \frac{\Delta x'_{n,n+1}}{kh_{n,n+1}} 1 \ сут/м^2, \qquad (IV,20)$$

где $R_{n,\,n+1}$ — гидравлическое сопротивление породы при перетекании воды от центра одного участка к центру другого (соседнего) участка; $\Delta x'_{n,\,n+1}$ — расстояние между центрами соседних участков — *м*; k — коэффициент фильтрации породы — *м/сут*; $h_{n,\,n+1}$ — мощность водоносного слоя в сечении на середине между центрами соседних участков — *м*; 1 — ширина потока — *м*.

В одномерной задаче каждый участок обменивается водой с двумя соседними.

Заменив область фильтрации системой сосредоточенных параметров, т. е. сосредоточенными водоемкостями и сосредоточенными гидравлическими сопротивлениями, мы получили *гидравлическую цепь,* состоящую из последовательно соединенных водоемкостей C и гидравлических сопротивлений R (рис. 27, б); она эквивалентна изучаемой области фильтрации.

§ 18. Эквивалентная гидравлическая цепочка на интеграторе. Взаимно-однозначное соответствие

Установим на интеграторе гидравлическую цепочку из сосудов емкости ω и гидравлических сопротивлений ρ (рис. 27, в); ω и ρ назначим пропорциональными величинам C и R; в силу аналогии, рассмотренной в предыдущей главе, гидравлическая цепочка на интеграторе эквивалентна гидравлической цепи, соответствующей нашему профилю. Таким образом, мы создаем на интеграторе *гидравлическую модель* изучаемого объекта. Осуществляя на этой модели заданные начальные и

граничные условия, мы воспроизводим на интеграторе процесс, *аналогичный* изучаемому процессу фильтрации в природных условиях.

Установленная аналогия «приводит к *взаимно-однозначному соответствию* между *элементами* сопоставляемых систем и между *явлениями* сопоставляемых процессов, т. е. каждому элементу исследуемой системы соответствует один (и только один) элемент заменяющей ее гидравлической системы и каждому явлению в исследуемом процессе соответствует определенное явление в воспроизводящем его гидравлическом процессе» (Лукьянов, Головко, 1957). Каждому изменению уровня грунтовой воды Δh в природных условиях на интеграторе соответствует изменение уровня воды в сосуде емкости $\Delta h'$ и, наоборот, каждому изменению уровня воды на интеграторе соответствует изменение уровня воды в природных условиях. Поэтому на основании изменения уровней воды в сосудах емкости интегратора мы судим об изменении уровней в природных условиях.

Каждому значению R в природных условиях соответствует на интеграторе определенное ρ; при изменении в природе величины R на интеграторе должно быть осуществлено соответствующее изменение величины ρ. Наоборот, если на интеграторе мы изменим величину ρ, тем самым мы как бы изменили в той же пропорции величину R в природных условиях.

§ 19. Расчет гидромодели

Для перехода от профиля к гидравлической модели на интеграторе составляется таблица *расчета гидромодели* (табл. 2), в которой записываются:

1) номера элементарных участков (объемов) в соответствии с принятой разбивкой профиля;

2) длина этих участков Δx—*м*;

3) общая водоемкость участков, которая вычисляется по формуле $C = \mu \Delta x$ 1—$м^2$;

4) соотношение между C, т. е. отношение каждой из величин C к одной из них (обычно первой), принятой за единицу;

5) графа «сечение сосудов ω $см^2$» оставляется вначале незаполненной;

последующие графы сдвинуты по отношению к предыдущим, как это сделано в табл. 2; далее записываются:

6) номера соседних участков A — 1, 1—2 и т. д.;

7) расстояния между центрами соседних участков $\Delta x'$ *м*;

Задача №———

Разбивка ———

Таблица 2

Расчет гидромодели
(форма записи)

$h_1 = \ldots$ *м*, $k = \ldots$ *м/сут*,
$h_2 = \ldots$ *м*, $\mu = \ldots$
$l = \ldots$ *м*, $w = \ldots$ *м/сут*,
$\Delta h_1 = \ldots$ *м*.

$$m_t = \frac{C_n R_{m,m+1}}{\omega_n \rho_{m,m+1}} = \frac{C_{..} R_{..}}{\omega_{..} \rho_{..}} = \frac{.. \quad ..}{.. \quad ..} = \ldots \text{ сут/мин},$$

$\omega_1 = \ldots \ldots$ *см*^{2},
$\rho_{A-1} = \ldots$ *мин/см*^{2}.

$$m_t = \frac{\Sigma C \cdot \Sigma R}{\Sigma\omega \cdot \Sigma\rho} = \frac{.. \quad ..}{.. \quad ..} = \ldots \text{ сут/мин},$$

$m_h = \ldots \ldots$ *м/см*,

№ участка	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Длина участка Δx, *м*											$l = \Sigma\Delta x = \ldots$
Общая водоемкость $C = \mu\Delta x 1$, *м*^{2}											$\Sigma C = \ldots$
Соотношение между C											
Площадь поперечного сечения сосуда ω, *см*^{2}											$\Sigma\omega \ldots$
№№ участков	*А*—1	1—2	2—3	3—4	4—5	5—6	6—7	7—8	8—9	9—10	10—*Б*

№№ участков	A—1	1—2	2—3	3—4	4—5	5—6	6—7	7—8	8—9	9—10	10—$Б$	
Расстояние между центрами соседних участков $\Delta x'$, *м*												$l=\Sigma\Delta x'=$.
Средняя мощность водоносного слоя h, *м*												
Коэффициент фильтрации k, *м/сут*												
Проводимость $kh1$, $м^3/сут$												$\Sigma R=$ . . .
Общее гидравлическое сопротивление $R=\frac{\Delta x'}{kh1}$, $сут/м^2$												
Соотношение между R												
$\rho_{o\ расч}$ при 15°C, $мин/см^2$												$\Sigma\rho=$ . . .
$\rho^{*}_{o\ шк}$ $мин/см^2$												
№ трубки сопротивления												

* $\rho_{o\ шк}$—сопротивление, поставленное по шкале трубки после введения поправок на основании поверочного тарирования.

8) мощность водоносного слоя в сечениях, расположенных на середине между центрами соседних участков $h_{n,\ n+1}$ *м*;

9) проводимость слоя $kh1$ в тех же сечениях *м³/сут*;

10) общее гидравлическое сопротивление между центрами соседних участков, которое вычисляется по формуле

$$R = \frac{\Delta x'}{kh1} \ сут/м^2;$$

11) соотношение между величинами R, одно из которых (например R_{A-1}) принимается за единицу;

12) графа для записи гидравлического сопротивления трубки ρ_0 при 15° С в *мин/см²* вначале остается незаполненной.

При назначении сопротивлений ρ одно из них, например ρ_{A-1}, назначается из соображений удобства масштаба времени, а остальные определяются соотношением величин R. То же справедливо и для емкостей ω.

Каждому значению C и R соответствуют ω и ρ. Очевидно, что

$$\frac{C_1}{\omega_1} = \frac{C_n}{\omega_n} = \frac{\Sigma C}{\Sigma \omega}, \tag{IV,21}$$

а также

$$\frac{R_{1-2}}{\rho_{1-2}} = \frac{R_{n,n+1}}{\rho_{n,n+1}} = \frac{\Sigma R}{\Sigma \rho}, \tag{IV,22}$$

что можно использовать для проверки правильности вычислений.

Отношение

$$\frac{C_i\, R_{j-k}}{\omega_i\, \rho_{j-k}} = m_t = \frac{T}{t} \ сут/мин \tag{IV,23}$$

представляет собой, как уже известно, *масштаб времени*, или отношение длительности процесса в природных условиях, выраженной в сутках, к длительности процесса на интеграторе, выраженной в минутах. Другое определение масштаба времени см. на стр. 40.

§ 20. Выбор масштаба времени и масштаба высот

Возможность выбора удобного *масштаба времени* обусловлена двумя обстоятельствами.

1. Величины водоемкостей $C = \mu \cdot \Delta x \cdot 1$ и сопротивлений $R = \frac{\Delta x'}{kh1}$ зависят, с одной стороны, от параметров гидрогеологического профиля, с другой — от характера разбивки профи-

ля на участки; в силу последнего обстоятельства мы имеем возможность изменять эти величины по нашему усмотрению.

2. Конструкция интегратора позволяет варьировать величину ω, т. е. площадь сечения сосудов емкости от 0,5 *см*² до 36 *см*² на ИГ-2 и до 15,5 *см*² на ИГ-3; сопротивления ρ можно назначать от 0,05 *мин/см*² приблизительно до 0,9—1 *мин/см*² [1].

Поэтому, варьируя значения ρ и ω, а также R и C, мы всегда можем назначить масштаб времени, удобный для выполнения расчета.

Масштаб времени выбирается по следующим соображениям: а) темп процесса на интеграторе не должен быть чересчур быстрым, чтобы обеспечивать возможность отсчетов уровня воды через заданные интервалы времени; б) темп процесса на интеграторе не должен быть чересчур медленным, чтобы на выполнение расчета не тратилось слишком много времени.

Диапазон возможных значений масштаба времени весьма велик. Если нам нужно получить данные, например, по влиянию паводка реки на грунтовые воды ежесуточно, мы назначим масштаб времени $m_t = 1$ *сут/мин* и будем делать отсчеты уровня через 1 минуту или назначим $m_t = 2$ *сут/мин* и будем делать отсчеты уровня через 30 секунд.

Если мы исследуем воздействие водохранилища на грунтовые воды и нас интересуют данные через год, два и т. д., а в конце развития подпора, когда уровни изменяются медленно, через 10, 20 лет, мы назначим для начала расчета $m_t = 365$ *сут/мин*$=1$ *год/мин*, а для конца процесса назначим масштаб времени, равный нескольким годам в минуту.

Масштаб высот m_h назначается таким, чтобы: 1) отметки уровня воды в пределах профиля, охваченного разбивкой, поместились бы на доске пьезометров и 2) доска пьезометров была бы максимально использована. Удобны масштабы высот 0,10; 0,20; 0,50 *м/см*; последние два наиболее употребительны; при значительной разности отметок принимается $m_h = 1$ *м/см*.

§ 21. Основные зависимости движения грунтовых вод и движения воды в гидравлическом интеграторе

В соответствии с таблицей расчета гидромодели (см. табл. 2) на интеграторе выставляются сопротивления ρ и емкости ω; воспроизводятся заданные начальные условия;

---

[1] О размерности ρ см. на стр. 40.

обеспечивается возможность осуществления заданных граничных условий. Когда монтаж задачи закончен, мы имеем на интеграторе *гидравлическую модель* изучаемого объекта, которая будет реагировать на изменение внешних условий аналогично изучаемому объекту.

После этого достаточно, осуществляя заданные изменения на границах профиля, открывать краны, включающие сосуды емкости, на определенное время в соответствии с масштабом времени. Решение будет получаться в виде уровней воды в пьезометрах на доске интегратора.

Выпишем *основные зависимости* для гидрогеологического профиля и для гидравлического интегратора. Они очень просты и уже известны из предыдущего изложения, но требуют закрепления в памяти и четкого понимания.

Движение грунтовых вод

Количество воды, перетекающей с одного участка профиля на другой за время T:

$$Q = \frac{h_2 - h_1}{R} T \ м^3 . \quad (IV,24)$$

Изменение количества воды (прибыль или убыль) на участке профиля в результате неравенства притока и оттока:

$$\Delta Q = \mu \Delta x \, 1 \, \Delta h = C \Delta h \ м^3 . \quad (IV,25)$$

При наличии и под влиянием инфильтрации (при отсутствии оттока) повышение уровня воды на участке профиля

Движение воды в гидравлическом интеграторе

Количество воды, перетекающей от сосуда к сосуду за время t:

$$Q' = \frac{h_2' - h_1'}{\rho} t \ см^3 . \quad (IV,24')$$

Изменение количества воды (прибыль или убыль) в сосуде в результате неравенства притока и оттока:

$$\Delta Q' = \omega \Delta h' \ см^3 . \quad (IV,25')$$

При наличии и под влиянием дополнительного приливания (при отсутствии оттока) повышение уровня воды в сосуде

за время T:

$$\boxed{\Delta h_w = \frac{w}{\mu} T \text{ м}}, \quad \text{(IV,26)}$$

а за единицу времени:

$$\boxed{\frac{\Delta h_w}{T} = \frac{w}{\mu} \text{ м/сут}}. \quad \text{(IV,27)}$$

за время t:

$$\boxed{\Delta h'_w = \frac{q'_w}{\omega} t \text{ см}}, \quad \text{(IV, 26')}$$

а за единицу времени:

$$\boxed{\frac{\Delta h'_w}{t} = \frac{q'_w}{\omega} \text{ см/мин}}. \quad \text{(IV,27')}$$

Приняты следующие обозначения:

$h_2 - h_1$ — разность отметок уровня воды в центрах двух участков профиля — *м*;

Δh — изменение уровня воды на участке профиля под влиянием неравенства притока и оттока — *м*;

R — гидравлическое сопротивление участка профиля при перетекании воды от центра одного участка к центру другого —

$$R = \frac{\Delta x'}{kh1} \text{ сут/м}^2, \quad \text{(IV,28)}$$

$$R = \frac{h_2 - h_1}{q} \text{ сут/м}^2; \quad \text{(IV,29)}$$

C — общая водоемкость участка профиля —

$$C = \mu \Delta x \ 1 \ \text{м}^2; \quad \text{(IV,30)}$$

w — инфильтрация — инфильтрационное питание с поверхности земли — количество воды, поступающей в единицу времени на единицу поверхности грунтовых

$h'_2 - h'_1$ — разность отметок уровня воды в двух сосудах интегратора — *см;*

$\Delta h'$ — изменение уровня воды в сосуде интегратора под влиянием неравенства притока и оттока — *см*;

ρ — гидравлическое сопротивление трубки при перетекании воды от одного сосуда к другому —

$$\rho = \frac{h'_2 - h'_1}{q'} \text{ мин/см}^2; \quad \text{(IV,29')}$$

ω — площадь сечения сосуда емкости — *см*^{2};

вод; применительно к участку профиля:

$$w = \frac{q_w}{\Delta x 1} \text{ м/сут}; \quad (IV,31)$$

q_w — количество воды, поступающей на участок профиля под влиянием инфильтрации с поверхности земли в единицу времени — $м^3/сут$;

q_w' — количество воды, приливаемой в сосуд емкости в единицу времени — $см^3/мин$.

ГЛАВА V

ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ ИНТЕГРАТОР

§ 22. Существующие интеграторы

Для решения одномерных, двухмерных и трехмерных (пространственных) задач имеются соответственно одномерные, двухмерные и трехмерные (пространственные) гидравлические интеграторы.

Схема *одномерного* гидравлического интегратора представляет собой в плане гидравлическую цепочку, состоящую из последовательно соединенных сосудов емкости и трубок

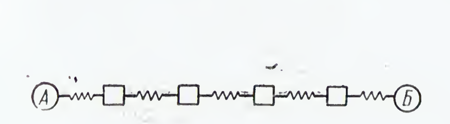


Рис. 28. Гидравлическая цепочка — принципиальная схема одномерного гидравлического интегратора

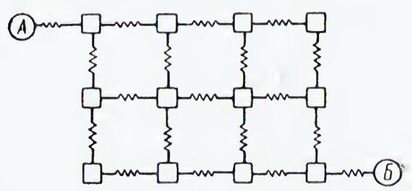


Рис. 29. Плоская гидравлическая сетка — принципиальная схема двухмерного гидравлического интегратора

сопротивлений (рис. 27 и 28). Каждый сосуд емкости соединен через гидравлические сопротивления с двумя соседними сосудами емкости.

Двухмерный интегратор представляет собой ряд гидравлических цепочек, соединенных через гидравлические сопротивления. В этом случае имеем плоскую гидравлическую сетку (рис. 29). Каждый сосуд емкости соединен с четырьмя соседними сосудами через гидравлические сопротивления (трубки). Плоская сетка охватывает два измерения исследуе-

мой области фильтрации: x и y при решении задач двухмерных в плане или x и z при решении задач двухмерных в разрезе. Граничные условия могут быть соединены с необходимым количеством точек в соответствии с условиями задачи.

Трехмерный интегратор представляет собой в схеме ряд двухмерных плоских сеток, соединенных между собой через дополнительные гидравлические сопротивления. Получается пространственная сетка, охватывающая три измерения x, y и z. Каждый сосуд емкости соединен при этом через гидравлические сопротивления с шестью соседними.

§ 23. Блок-схема гидравлического интегратора

В гидравлическом интеграторе можно выделить следующие принципиальные элементы, указанные на его блок-схеме (рис. 30):

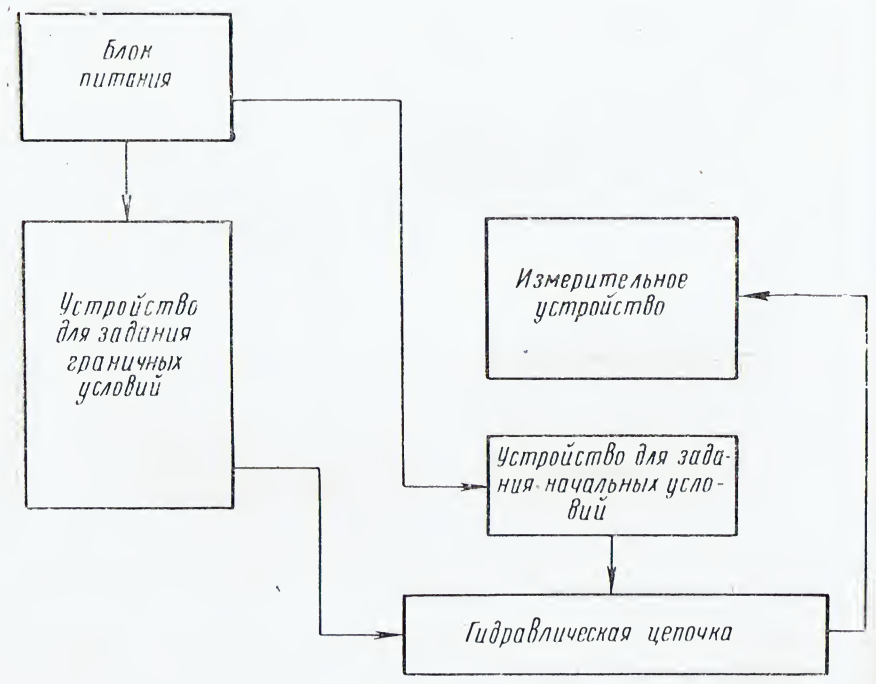


Рис. 30. Блок-схема гидравлического интегратора

1) гидравлическую цепочку (или сетку), состоящую из гидравлических сопротивлений и гидравлических емкостей;

2) устройство для задания начальных условий, например, для воспроизведения (в задачах по фильтрации) уровня грунтовой воды в начальный момент времени;

3) устройство для задания граничных условий, т. е. для осуществления заданных, переменных во времени, условий на границах изучаемой области фильтрации,— например для осуществления на интеграторе заданных изменений уровня воды в реке во время паводка;

4) устройство для измерения напоров в узлах гидравлической цепи;

5) устройство, обеспечивающее питание прибора водой.

§ 24. Описание одномерных гидравлических интеграторов ИГ-2 и ИГ-3

На рис. 13 и рис. 43 показаны большой одномерный интегратор ИГ-2 на 20 точек и малый одномерный демонстрационный интегратор ИГ-3 на 10 точек, имеющиеся в лаборатории кафедры гидрогеологии МГУ. Настоящее краткое описание должно помочь студентам ознакомиться с устройством интегратора в начальный период работы на нем. Порядок описания соответствует цели по возможности самостоятельного ознакомления с прибором.

Одномерный гидравлический интегратор марки ИГ-2 (рис. 13) состоит из двух основных частей:

I — стойка, или установка, для задания граничных условий, которая вместе с расположенным на ней баком питания соответствует левой части блок-схемы (см. рис. 30), и

II — секция с 20 расчетными точками, которая включает в себя все элементы, изображенные в правой части блок-схемы.

С помощью *установки для задания граничных условий* осуществляются изменения функции на границах изучаемой области по заданному закону.

На *секции* осуществляется гидравлическая модель изучаемого объекта, воспроизводятся начальные и граничные условия, *осуществляется процесс,* подлежащий изучению, и *получается численное решение* поставленной задачи. Секция представляет собой счетно-решающее устройство, управляемое с помощью установки граничных условий.

Две основные части интегратора связаны полуавтоматическим устройством, с помощью которого, при повороте ручки рычага III (см. рис. 13), одновременно включаются в работу (или выключаются) секция и часовой механизм установки граничных условий.

Секция

На секции (рис. 31) установлены основные элементы аналогии: сосуды емкости и трубки сопротивления.

Сосуды емкости расположены в верхней части прибора, позади доски с пьезометрами (1)[1]. Число сосудов емкости и соответствующих им пьезометров — 20; их порядковые номера (3) обозначены на доске у основания пьезометров[2].

Основной сосуд емкости представляет собой высокую призму из листовой нержавеющей стали, внутренняя полость которой разделена вертикальными перегородками на 3 ячейки с поперечными сечениями ω — 5, 10 и 20 *см*² (рис. 32). В основании каждой ячейки имеется патрубок. Через резиновые трубки (4) и стеклянный фигурный коллектор (7) любая из ячеек или все они вместе могут быть присоединены к пьезометру (2), расположенному на фасаде прибора.

Позади прибора, против каждого металлического сосуда емкости, имеется еще по одному стеклянному пьезометру (3), который также может быть подключен к переднему. Поперечное сечение пьезометров 0,5 *см*². Таким образом, сосуд гидравлической емкости может состоять из трех сосудов с поперечными сечениями 5, 10 и 20 *см*² и двух пьезометров по 0,5 *см*².

Наименьшая площадь, которая может быть включена, равна 0,5 *см*² (один передний пьезометр), наибольшая — 36 *см*² (вся система сосудов).

Для подключения или отключения той или иной емкости имеются особые зажимы (5), пережимающие соответствующие резиновые трубки. Головки этих зажимов (6) выведены на переднюю доску. Они расположены в 4 ряда (6 на рис. 31); по краям доски обозначены поперечные сечения сосудов емкости 5, 10, 20 и 0,5 *см*². Отключение сосудов производится путем завинчивания зажима. После отключения сосудов следует убедиться в надежности их изоляции (уровень в пьезометре на любой высоте должен оставаться неподвижным).

Заданное сечение, с точностью до 0,5 *см*², получается при включении соответствующих емкостей с доводкой до нужной величины при помощи вкладышей из нержавеющей стали или плексигласа (рис. 33), поперечным сечением 0,5 и 2 *см*², опускаемых в один из включенных сосудов. Величина сечения вы-

---

[1] Цифры в круглых скобках обозначают порядковый номер детали на упомянутом ранее рисунке.

[2] На ИГ-2 цифры несколько смещены вправо от соответствующего пьезометра.

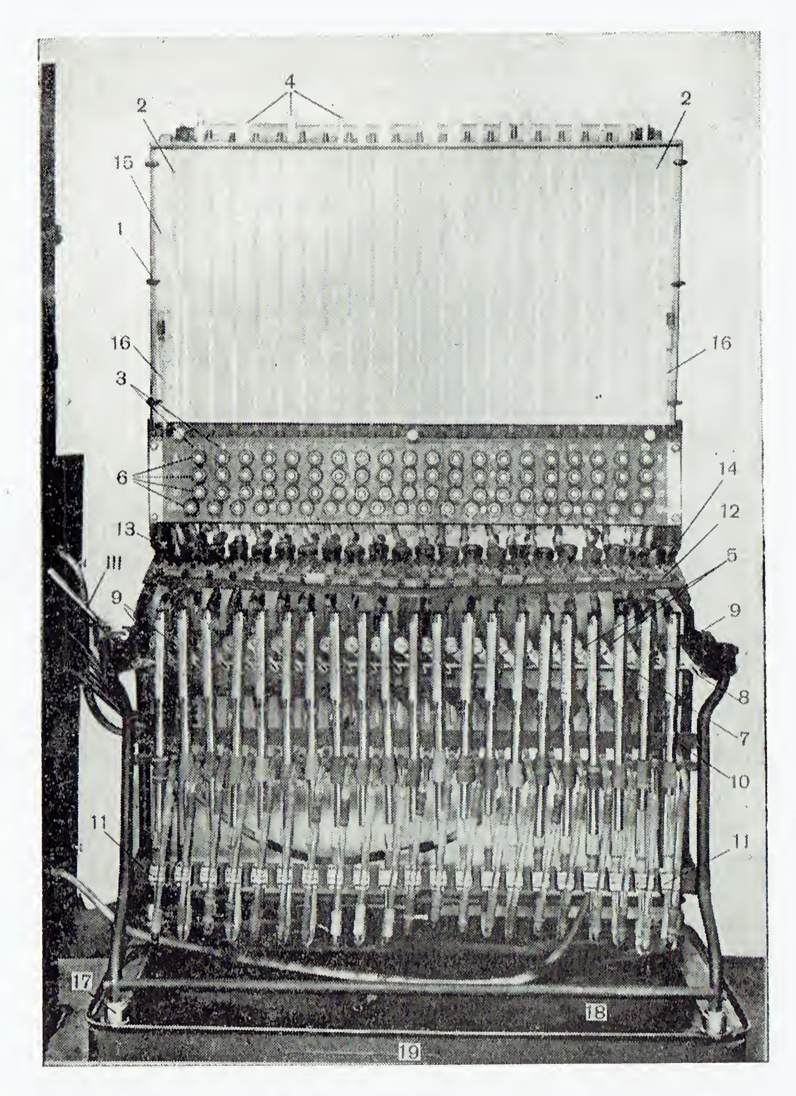


Рис. 31. Гидравлический интегратор ИГ-2. Секция — вид спереди: 1 — доска пьезометров; 2 — граничные пьезометры; 3 — порядковые номера пьезометров и сосудов емкости; 4 — вкладыши; 5 — краны из нержавеющей стали; 6 — головки зажимов сосудов емкости; 7 — крановая рейка; 8 — лапка; 9 — трубка гидравлического сопротивления; 10 — планка для установки трубок сопротивления; 11 — эксцентриковый зажим; 12 — коллектор питания; 13 — впускной зажим; 14 — выпускной зажим; 15 — миллиметровая бумага; 16 — термометры; 17 — уравнительные винты секции; 18 — поддон; 19 — ведро для стекания пролитой воды; III — рукоятка рычага полуавтоматического устройства

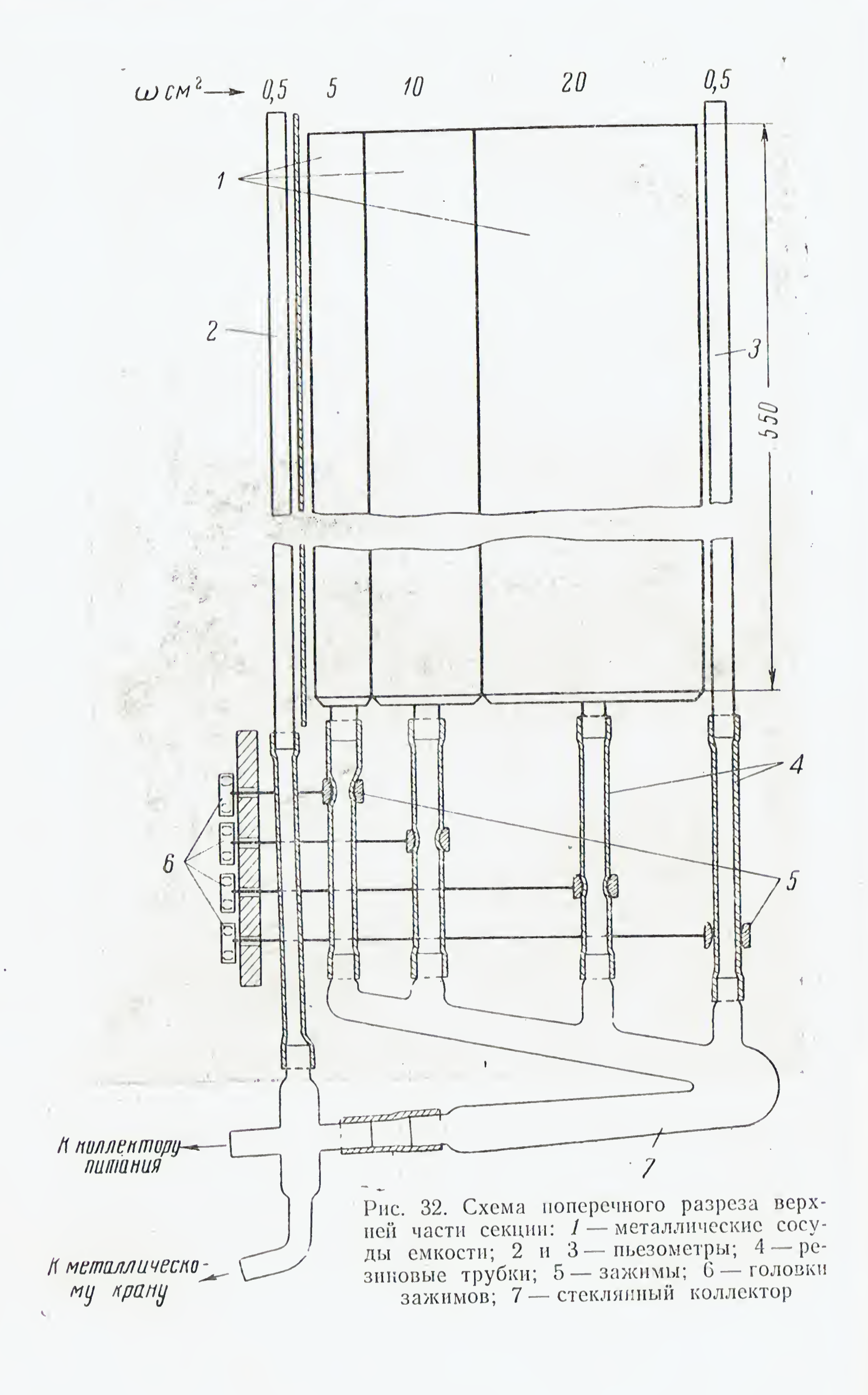


Рис. 32. Схема поперечного разреза верхней части секции: *1* — металлические сосуды емкости; 2 и 3 — пьезометры; 4 — резиновые трубки; 5 — зажимы; 6 — головки зажимов; 7 — стеклянный коллектор

ω см² → 0,5 5 10 20 0,5

1

2

3

550

4

6

5

К коллектору питания

7

К металлическому крану

Рис. 32. Схема поперечного разреза верхней части секции: 1 — металлические сосуды емкости; 2 и 3 — пьезометры; 4 — резиновые трубки; 5 — зажимы; 6 — головки зажимов; 7 — стеклянный коллектор

гравирована в верхней части вкладышей, которая возвышается над сосудом емкости. По положению головки зажима и по цифрам на вкладышах легко проверить включенную емкость.

На доске пьезометров, кроме 20 рассмотренных, имеется еще 2 *граничных пьезометра* по краям доски (2 на рис. 31). К ним присоединяются резиновые шланги, идущие от подвижных водосливов стойки граничных условий[1].

Ниже стеклянных коллекторов, служащих продолжением пьезометров, расположены металлические краны из нержавеющей стали (5 на рис. 31 и 1 на рис. 34), которые с помощью ключа закрепляются на горизонтальной металлической планке[2].

Эти краны расположены под каждым из 20 пьезометров, являющихся составной частью сосуда емкости, а также под граничными пьезометрами. Общее число металлических кранов 22.

[1] Если задача решается не на 20, а на меньшем количестве расчетных точек, то в качестве граничного может быть использован и другой пьезометр.

[2] Закрепление производится с задней стороны прибора.

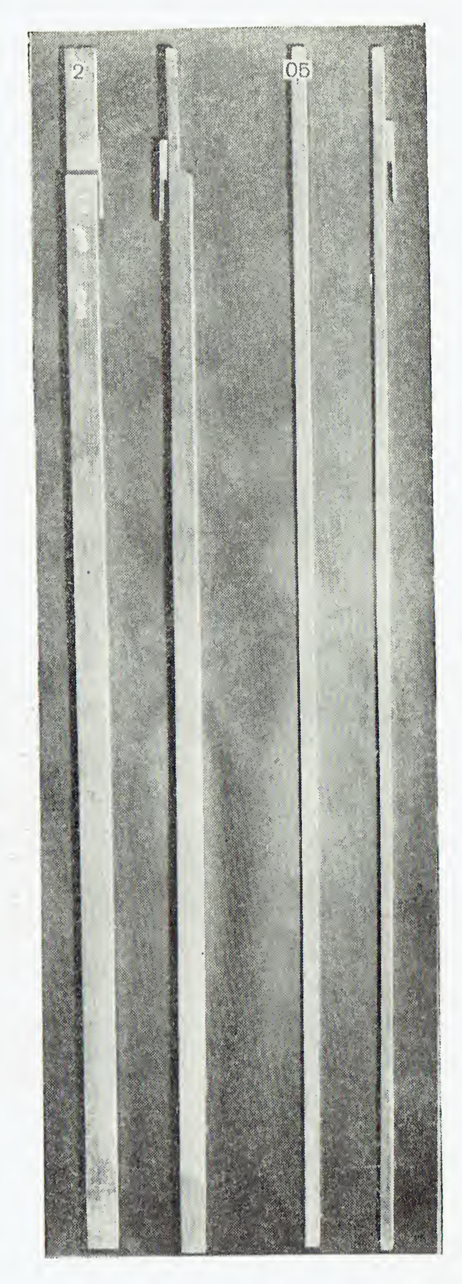


Рис. 33. Металлические вкладыши

гравирована в верхней части вкладышей, которая возвышается над сосудом емкости. По положению головки зажима и по цифрам на вкладышах легко проверить включенную емкость.

На доске пьезометров, кроме 20 рассмотренных, имеется еще 2 *граничных пьезометра* по краям доски (2 на рис. 31). К ним присоединяются резиновые шланги, идущие от подвижных водосливов стойки граничных условий [1].

Ниже стеклянных коллекторов, служащих продолжением пьезометров, расположены металлические краны из нержавеющей стали (5 на рис. 31 и 1 на рис. 34), которые с помощью ключа закрепляются на горизонтальной металлической планке [2].

Эти краны расположены под каждым из 20 пьезометров, являющихся составной частью сосуда емкости, а также под граничными пьезометрами. Общее число металлических кранов 22.

[1] Если задача решается не на 20, а на меньшем количестве расчетных точек, то в качестве граничного может быть использован и другой пьезометр.

[2] Закрепление производится с задней стороны прибора.



Рис. 33. Металлические вкладыши

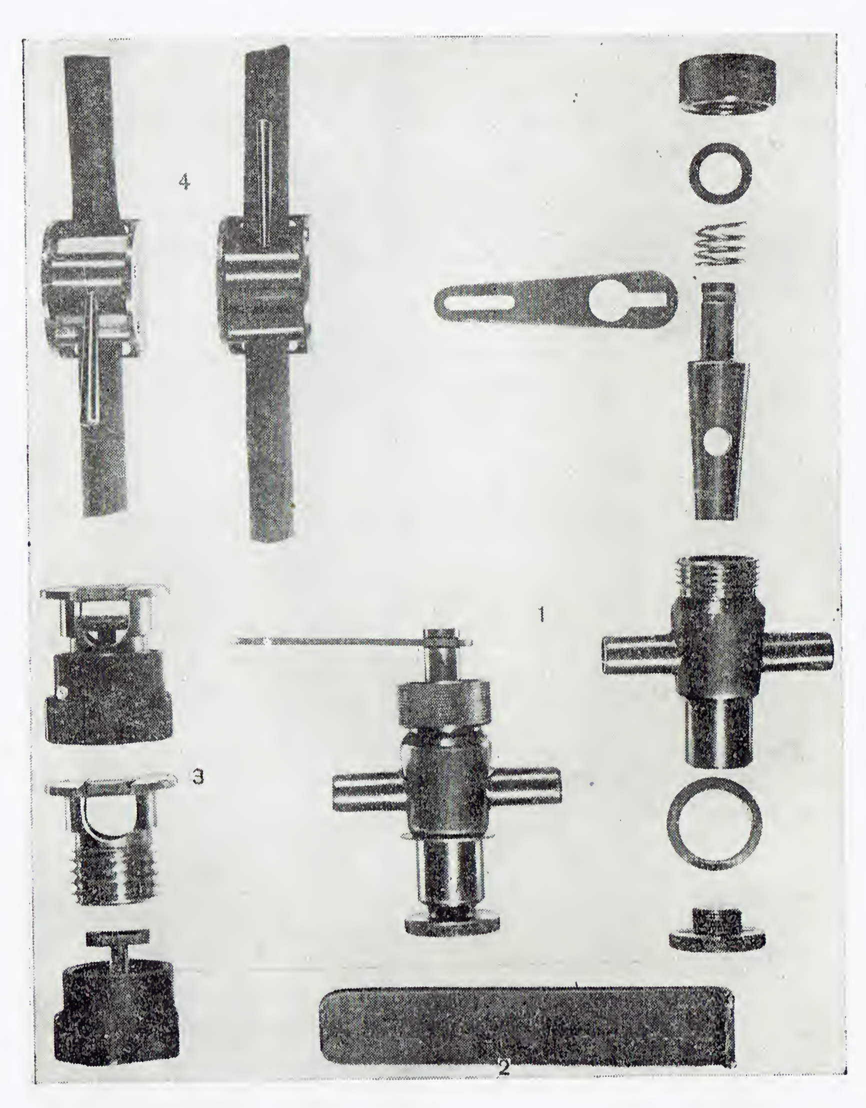


Рис. 34. Металлический кран и зажимы: 1—металлический кран в собранном и разобранном виде; 2 — ключ для крепления крана; 3 — винтовой зажим; 4 — эксцентриковый зажим

При закрывании их каждый из 20 сосудов емкости, а также пьезометры граничных условий изолируются (см. принципиальную схему гидравлического интегратора на рис. 14).

Закрывание или открывание всех кранов производится одновременно при повороте рычага (III на рис. 31)[1], который передвигает крановую рейку (7) и меняет положение «лапки» (8), один конец которой надет на головку сердечника крана, а другой — на металлический стерженек крановой рейки.

Стеклянные трубки от кранов идут вниз к трубкам гидравлического сопротивления (9) и обеспечивают последовательное соединение сосудов емкости и трубок в соответствии со схемой (см. рис. 14). Между граничным и ближайшим к нему пьезометром также стоит трубка сопротивления.

Когда металлические краны открыты, сосуды емкости и граничные пьезометры соединены через гидравлические сопротивления (см. рис. 14); при наличии разности уровней вода будет перетекать от сосуда с высоким уровнем к сосуду с более низким уровнем.

Когда металлические краны закрыты, сосуды емкости разобщены между собой, а также от граничного пьезометра. Различные стеклянные детали изображены на рис. 35.

Трубка гидравлического сопротивления (рис. 36) обеспечивает ламинарный характер движения воды в приборе и представляет собой наиболее ответственную «счетную» деталь интегратора. Ее гидравлическое сопротивление служит аналогом гидравлического сопротивления участка профиля и при осуществлении на интеграторе условий, аналогичных природным, обеспечивает пропуск такого количества воды, которое соответствует воспроизводимым природным условиям. Ввиду особой важности этой детали ее описание дается отдельно (§ 44).

Коллектор питания. В средней по высоте части секции (рис. 31) на наклонной металлической пластине расположен стеклянный коллектор питания (12) и винтовые зажимы для осуществления начальных условий. Через крайний левый зажим (13), при его открывании, вода поступает в коллектор питания из верхнего бака; через крайний правый зажим (14) вода сбрасывается из коллектора питания.

Остальные 20 зажимов установлены между коллектором питания и пьезометрами (сосудами емкости); на зажимах

---

[1] В это же время выключается или включается часовой механизм (см. стр. 78).

обозначены номера, соответствующие номерам пьезометров. При открывании зажимов пьезометры, а вместе с ними и подключенные сосуды емкости могут быть наполнены водой (при

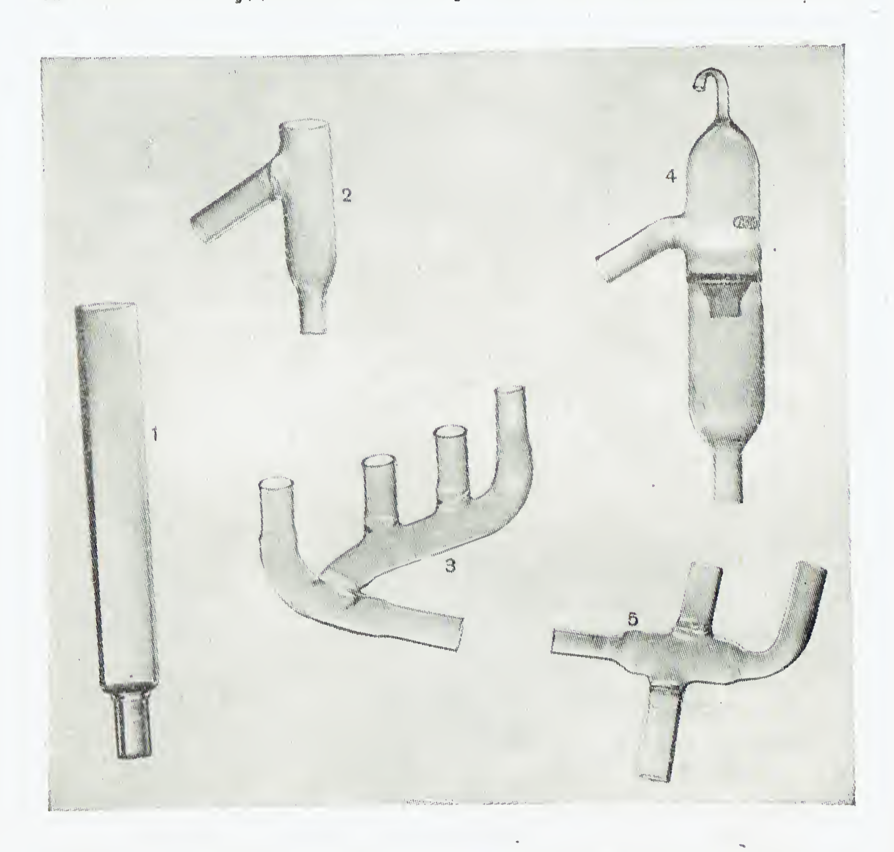


Рис. 35. Детали из стекла: 1 — коллектор трубки сопротивления — «колпачок», 2 — водослив; 3 — фигурный коллектор (расположен под сосудами емкости); 4 — смотровая деталь — «глазок»; 5 — коллектор — «звездочка» (расположен под пьезометром)

открытом левом, впусковом, и закрытом правом, сбросовом, зажиме) или вода из них может быть сброшена (при обратном состоянии крайних зажимов).

В пьезометрах устанавливают начальные уровни с помощью зажимов и коллектора питания, а именно в принятом масштабе высот, который обозначается на миллиметровке

(15), уровень воды в пьезометрах устанавливается на нужной высоте, соответствующей положению депрессионной кривой в начальный момент времени.

На входе и выходе воды из прибора установлены термометры (16) для учета температуры и, соответственно, вязкости воды.

Пьезометры и сосуды емкости прикрываются колпаком из плексигласа для предохранения от пыли. Секция установлена на металлическом поддоне (18); с него вода может стекать в ведро (19), которое вынимается. Боковой пьезометр указывает высоту стояния воды в нем.

Заканчивая описание *секции* интегратора, рассмотрим ее с точки зрения блок-схемы (рис. 30).

Сосуды емкости и трубки сопротивления, соединенные последовательно, составляют *гидравлическую цепочку*.

Коллектор питания и зажимы, ведущие к пьезометрам, представляют собой *устройство для задания начальных условий*.

Пьезометры и миллиметровка, закрепленная на доске, представляют собой *измерительное устройство*; количественный ответ в задаче получается в виде уровней воды в пьезометрах, которые отсчитываются по миллиметровке в принятом масштабе высот.

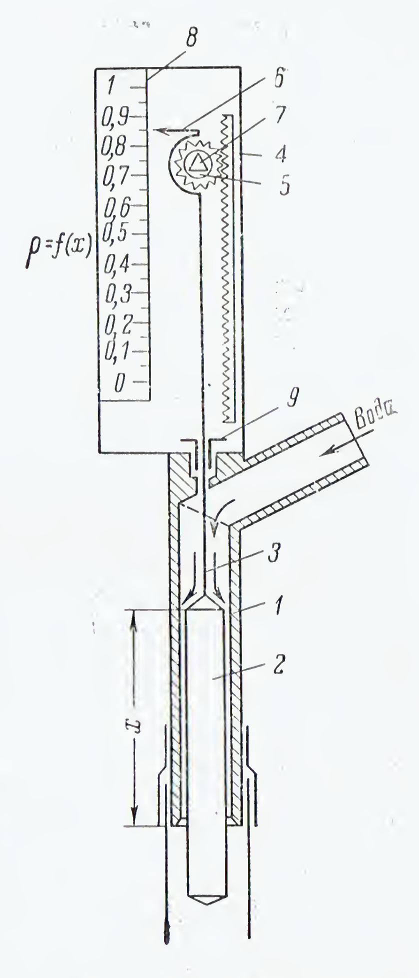


Рис. 36. Схема трубки сопротивления: 1 — корпус; 2 — плунжер; 3 — шток; 4 — верхний патрубок; 5 — установочный механизм; 6 — указатель; 7 — трехгранная головка кремальеры; 8 — шкала; 9 — сальник. Из Инструкции по тарированию трубок сопротивления к гидравлическому интегратору В. С. Лукьянова. ВНИИ транспортного строительства, М., 1958 (см. также рис. 61)

Установка для задания граничных условий (рис. 37 и 38)

На задней стороне установки граничных условий (рис. 38) видны шланг (3), по которому вода из бака поступает к секции, и шланги (4), по которым вода из бака поступает к трем подвижным водосливам (5). Шланг (3) перекрыт винтовым зажимом (6). Шланги (4), идущие к подвижным водосливам, перекрыты каждый двумя зажимами: эксцентриковым зажимом (3 на рис. 37 и 7 на рис. 38), который сразу освобождает шланг полностью, и винтовым зажимом (4 на рис. 37 и 8 на рис. 38), путем вращения которого можно постепенно (плавно) регулировать интенсивность тока воды.

Подвижной водослив (рис. 39) имеет внутри воронку для слива воды и 3 отвода; сверху закрывается крышкой с отверстием. Стенки воронки имеют меньшую высоту. Через патрубок (1) вода поступает в водослив из верхнего бака; через патрубок (2) вода вытекает из водослива к граничному пьезометру секции; по пути движения имеется отвод (3) к контрольному пьезометру на передней стенке установки граничных условий (5 на рис. 37).

Если уровень воды в водосливе будет поднят и несколько превысит линию *с—с*, вода перельется через верхний край воронки и через патрубок (4) будет стекать к смотровому окошку (6 на рис. 37). Наличие капель или струйки в смотровом окошке покажет, что в прибор поступает достаточное количество воды и имеется небольшой избыток ее, перетекающий через край внутренней воронки водослива. При работе на интеграторе необходимо следить, чтобы в смотровом окошке всегда был виден небольшой сток избытка воды. Это обеспечивает достаточный приток воды к прибору и постоянство уровня воды по отношению к водосливу.

Водослив можно перемещать по высоте путем вращения штурвалика (7 на рис. 37); по часовой стрелке поднимать, против — опускать.

Водослив, граничный пьезометр секции и пьезометр на установке граничных условий представляют собой сообщающиеся сосуды. При перемещении водослива можно видеть одновременное и равное ему перемещение уровня в соответствующем граничном пьезометре на секции и в пьезометре на доске граничных условий. Изменяя высоту водослива по заданному закону, мы тем самым осуществляем заданное граничное условие, например, заданное изменение уровня воды

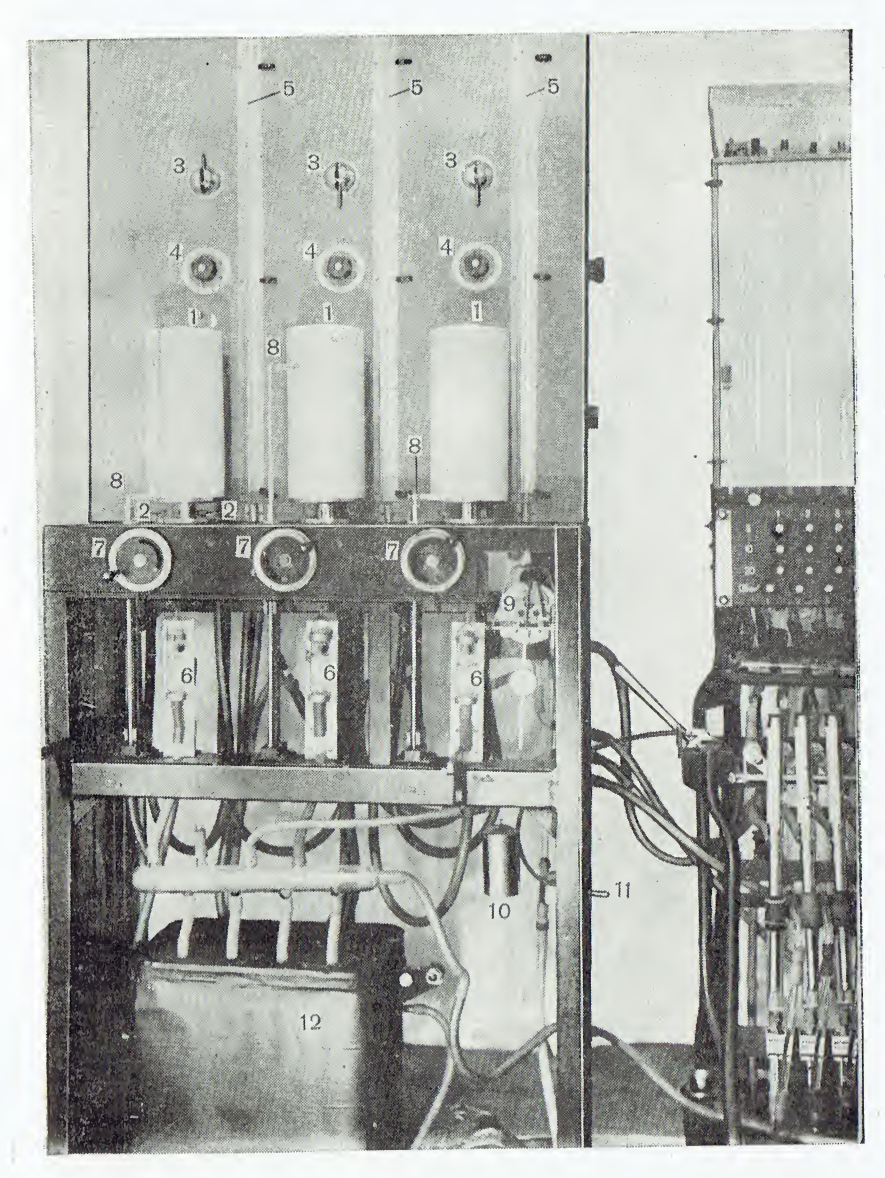


Рис. 37. Гидравлический интегратор ИГ-2. Установка для задания граничных условий — вид спереди: 1 — барабаны граничных условий; 2 — уравнительные винты; 3 — эксцентриковый зажим; 4 — винтовой зажим; 5 — контрольный пьезометр; 6 — смотровое окошко; 7 — штурвалик; 8—указатель-перо; 9 — часовой механизм; 10 — гиря; 11 — рукоятка для завода часового механизма; 12 — нижний бак — приемный резервуар

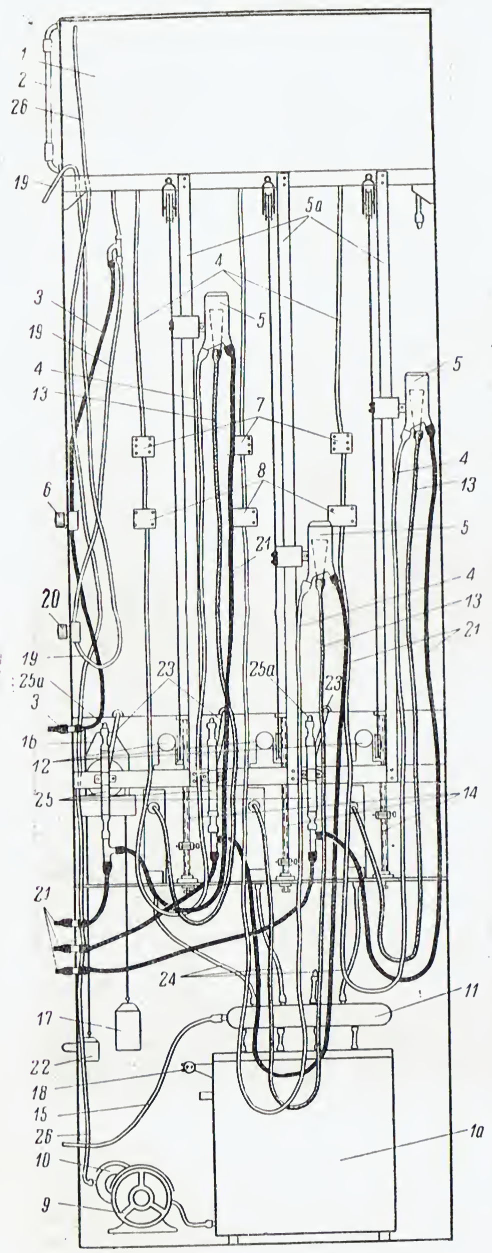
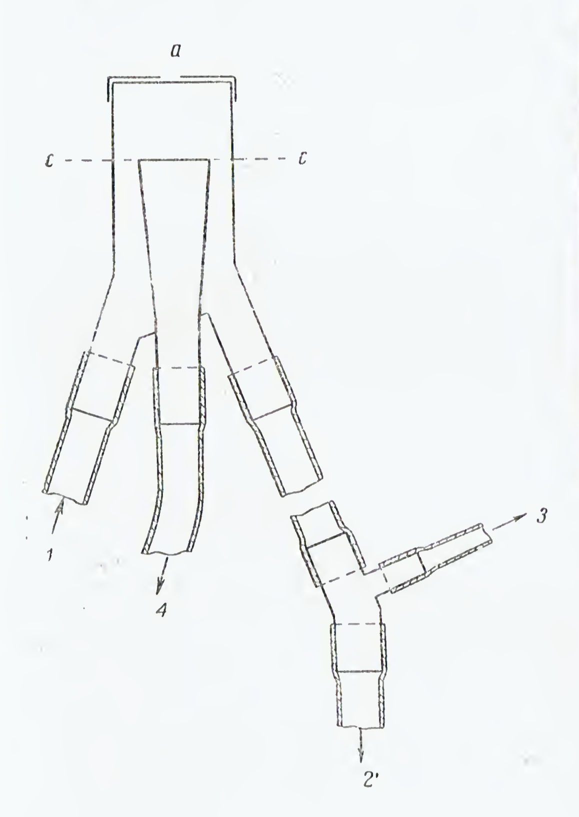


Рис. 38. Гидравлический интегратор ИГ-2. Установка для задания граничных условий — вид сзади (схема): 1 — бак питания; 1а — нижний бак; 2 — боковой пьезометр; 3 — шланг, подающий воду из бака к секции; 4 — шланги, подающие воду из бака к подвижным водосливам; 5 — подвижные водосливы; 5а — направляющие для подвижных водосливов; 6 — винтовой зажим, перекрывающий шланг 3; 7 — крепление эксцентрикового зажима; 8 — крепление винтового зажима; 9 — электромотор; 10 — насос; 11 — сливной коллектор; 12 — редуктор управления водосливом; 13 — шланг, идущий к смотровому окошку; 14 — винт управления пером-указателем; 15 — шланг, идущий от секции к сливному коллектору; 16 — часовой механизм; 17 — гиря; 18 — автоматический выключатель насоса; 19 — шланг, идущий к тарировочной доске; 20 — зажим шланга 19; 21 — шланг, идущий от водослива к граничному пьезометру на секции; 22 — гиря натяжения тросика часового механизма; 23 — шланг, идущий к контрольному пьезометру на передней стенке установки граничных условий; 24 — шланг, идущий от смотрового окошка к сливному коллектору; 25 — тройник металлический с заглушкой (25а) для выпуска пузырей из системы; 26 — шланг от насоса к верхнему баку

на границе исследуемого профиля или исследуемой области фильтрации.

Со штурваликом соединен указатель (8 на рис. 37), который перемещается вверх и вниз одновременно с передвижением водослива, но на величину в 2 раза меньшую. В связи с конструктивными особенностями величина перемещения ука-



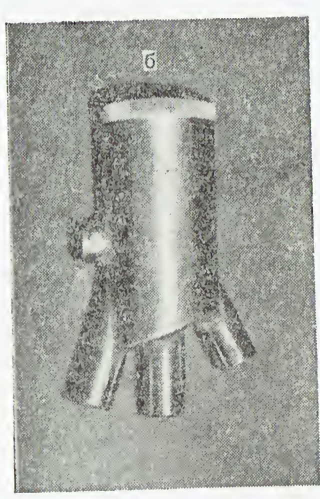


Рис. 39. а) Устройство подвижного водослива (схема); б) подвижной водослив (фото): 1 — поступление воды из бака; 2 — ток к граничному пьезометру; 3 — отвод к пьезометру на передней стенке установки граничных условий; 4 — сток избытка воды к смотровому окошку

зателя относится к величине перемещения водослива, а следовательно, и уровня в граничном и контрольном пьезометрах, как 1 : 2.

В центре штурвалика имеется кнопка, при нажиме которой водослив отключается и вращение штурвалика вызывает передвижение указателя без передвижения водослива. Это дает возможность совместить нулевое положение уровня воды

в граничном пьезометре секции с нулевым положением указателя по шкале барабана граничных условий. После их совмещения водослив снова включается путем передвижения штифта в прорези штурвалика.

Порядок совмещения таков: 1) передвигая водослив граничных условий с помощью штурвалика (при отпущенной кнопке), устанавливают уровень воды в граничном пьезометре секции на нулевом делении высотной шкалы; 2) нажимают

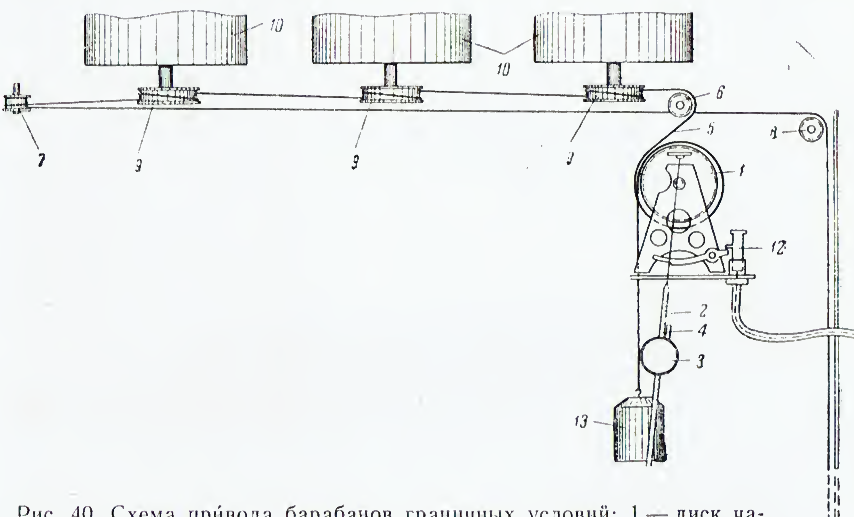


Рис. 40. Схема привода барабанов граничных условий: 1 — диск часового механизма; 2 — стержень маятника; 3 — диск маятника; 4 — указатель (планка диска); 5 — тросик; 6—8 — ролики; 9 — шкивы; 10 — барабаны граничных условий; 11 — рукоятка гири натяжения; 12 — полуавтоматическое устройство; 13 — гиря

кнопку; 3) передвигают указатель с помощью штурвалика до нулевого деления высотной шкалы барабана граничных условий; 4) отпускают кнопку, передвигая штифт в прорези штурвалика.

В правой, средней по высоте, части установки граничных условий расположен часовой механизм (9 на рис. 37) для вращения барабанов с вычерченными на них граничными условиями с определенной скоростью. Включение часового механизма производится посредством рычага (III на рис. 13 и 31).

Через диск «часов» (1 на рис. 40) перекинут тонкий стальной тросик (5), к одному концу которого прикреплена гиря (13); последняя тянет тросик и заставляет вращаться шесте-

ренки часового механизма. Другой конец тросика, обогнув ролик (6), охватывает в горизонтальной плоскости шкивы (9), расположенные под основанием трех *барабанов* (10), установленных на вертикальных осях. При опускании гири тросик вращает синхронно шкивы и соединенные с ними барабаны. Завод часов производится опусканием гири с рукояткой (11), при котором гиря (13) перемещается вверх. Включение часов осуществляется с помощью полуавтоматического устройства (12).

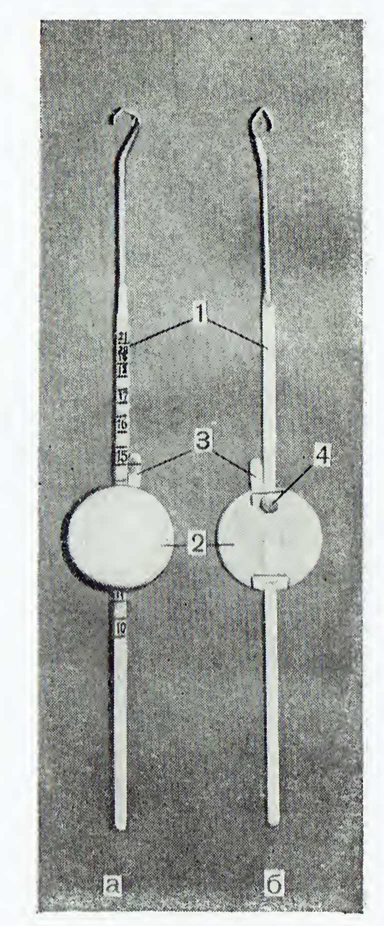


Рис. 41. Маятник часового механизма: а) спереди; б) сзади; 1—стержень; 2—диск; 3—указатель; 4—винтик

Маятник часов имеет диск (3), который можно передвигать вдоль стержня (2), меняя таким образом длину маятника и, следовательно, период его качания и скорость вращения барабанов, что используется для учета температуры воды. Когда черточка на указателе диска совмещена с чертой 15 на стержне маятника (как показано на рис. 41а), скорость вращения барабана составляет 1 *см/мин*. О значении других цифр см. на стр. 89.

На барабане устанавливается миллиметровка, закрепляемая особой пружиной, нижний конец которой входит в паз на нижней поверхности барабана. По горизонтальной оси миллиметровки в соответствии с принятым масштабом времени и скоростью вращения барабана размечается природное время. Например, если масштаб времени в задаче $m_t = 10$ *сут/мин*, то каждый сантиметр на миллиметровке при вращении барабана соответствует 10 суткам в природных условиях (рис. 42).

По вертикальной оси откладывается высота в метрах в со-

ответствии с принятым масштабом высот и соотношением высот на барабане и на секции 1 : 2. Заданное изменение функции во времени на границе профиля — например график колебания уровня реки во время паводка — вычерчивается на миллиметровке барабана. При обводке пером-указателем этой кривой, при включенном часовом механизме и достаточном притоке воды, на секции осуществляется заданное граничное условие в принятых масштабах высот и времени.

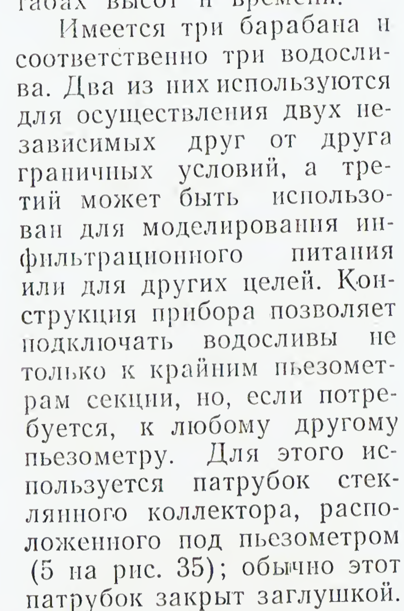


Рис. 42. Образец графика для барабана граничных условий

Имеется три барабана и соответственно три водослива. Два из них используются для осуществления двух независимых друг от друга граничных условий, а третий может быть использован для моделирования инфильтрационного питания или для других целей. Конструкция прибора позволяет подключать водосливы не только к крайним пьезометрам секции, но, если потребуется, к любому другому пьезометру. Для этого используется патрубок стеклянного коллектора, расположенного под пьезометром (5 на рис. 35); обычно этот патрубок закрыт заглушкой.

В нижней части установки граничных условий расположен бак (12 на рис. 37 и 1а на рис. 38), который играет роль приемного резервуара для воды, стекающей из прибора. С помощью насоса (10 на рис. 38), приводимого в действие мотором (9), производится перекачка воды из нижнего бака в верхний.

Отличительные черты интегратора ИГ-3

Гидравлический интегратор ИГ-3 (рис. 43) первоначально проектировался в качестве демонстрационного, но вследствие детальной разработки узлов он может быть использован для расчетов. От описанного интегратора ИГ-2 он отличается следующим:

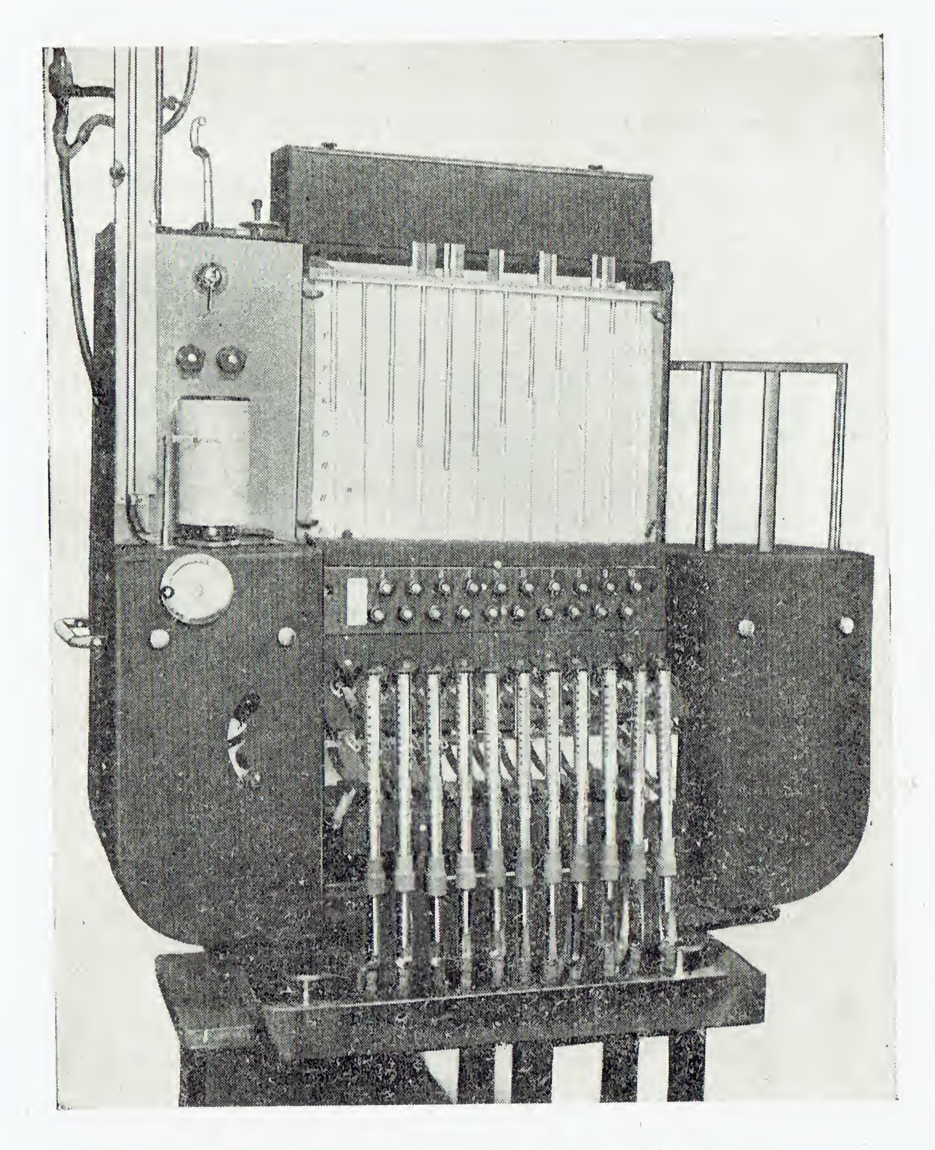


Рис. 43. Гидравлический интегратор ИГ-3. Общий вид

1) размеры меньше, высота доски пьезометров 35 *см* вместо 50 *см* на ИГ-2;

2) количество расчетных точек 10 вместо 20;

3) сосуды емкости имеют поперечные сечения 5 и 10 *см*^{2}, нет заднего пьезометра; вариация площадей сосудов возможна от 0,5 до 15,5 *см*^{2};

4) установка граничных условий конструктивно соединена в одно целое с секцией;

5) имеется всего два подвижных водослива и один барабан, который вращается одинаково с барабаном ИГ-2; высота второго водослива регулируется с помощью штурвалика;

6) вода в бак наливается вручную; имеются также другие отличительные черты.

Описанные интеграторы, имеющиеся в лаборатории кафедры гидрогеологии, удобны для освоения и решения одномерных задач, особенно ИГ-2.

В настоящее время осуществлено заводское изготовление стандартных унифицированных секций (каждая на 10 точек), из которых составляются интеграторы любого типа: одномерные, двухмерные и трехмерные с необходимым количеством расчетных точек; возможно постепенное увеличение числа секций и развитие интегратора от малого одномерного (1—2 секции и стойка граничных условий) до большого пространственного интегратора (24 и более секций плюс 2—3 установки граничных условий).

Общий вид пространственного интегратора из 24 секций и трех установок граничных условий изображен в статье (Лукьянов, Вевиоровская, 1960).

ГЛАВА VI

ТРЕБОВАНИЯ К ИНТЕГРАТОРУ И НЕКОТОРЫЕ ПРИЕМЫ РАБОТ

§ 25. Проверки

Проверяется *вертикальность секции* отвесом и корректируется с помощью уравнительных винтов в основании прибора (17 на рис. 31).

Проверяется *правильность установки миллиметровки* на доске секции. Крайние пьезометры гидромодели коротко соединяются через коллектор питания. В случае несовпадения отсчета уровней миллиметровку следует поправить.

Проверяется *вертикальность осей барабанов.* После тщательной установки и закрепления листа миллиметровки на барабане граничных условий перо-указатель (8 на рис. 37) приближается к миллиметровке и барабан от руки провертывается вокруг оси. Если указатель сошел с горизонтальной линии, следует привести ось барабана в вертикальное положение с помощью уравнительных винтов (2 на рис. 37).

Проверяется *скорость вращения барабанов* путем повторных отсчетов времени по секундомеру и длины прохождения барабана около пера. Указатель диска маятника (3 на рис. 41) должен быть предварительно совмещен с черточкой, соответствующей цифре 15. При таком положении на современных интеграторах осуществляется скорость вращения барабанов 10 *мм/мин.*

После заполнения прибора водой в ней *не должно быть пузырьков воздуха,* так как они создают дополнительные, иногда очень большие, гидравлические сопротивления. Проверка осуществляется при опущенных плунжерах трубок сопротивления при открытых кранах путем тщательного осмотра, надавливания и пульсации резиновых соединений, осуществления попеременного гидравлического удара в пьезометрах

и сосудах емкости. Пузырьки удаляются через резиновые соединения с помощью латунной «шпильки» (22 на рис. 61).

Необходимо следить, чтобы в деталях и соединениях нигде не было *обратного уклона*, создающего затруднение при удалении пузырьков воздуха.

Тщательно проверяется *надежность соединений* и полное *отсутствие течи*. Будучи вытертым, прибор должен оставаться сухим.

§ 26. Рабочая жидкость

В качестве рабочей жидкости, которой наполняется интегратор, служит дистиллированная вода, в которую добавляется формалин (раствор формальдегида) в количестве 0,5 *куб. см* 20%-ного раствора на литр воды[1]. Формалин добавляется в качестве антисептика во избежание загрязнения воды. Это вещество и его оптимальная концентрация были выбраны на основании исследований, проведенных автором в период работы в Институте Водгео. Применение дистиллированной воды рационально вследствие отсутствия пузырьков воздуха, чрезвычайно вредных при работе на интеграторе, и солей, могущих оседать на деталях прибора. Рабочую жидкость в интеграторе рекомендуется менять ежемесячно (Руководство.., 1961).

§ 27. Требования в отношении чистоты прибора

Все детали и соединительные трубки интегратора должны находиться в чистом состоянии. Один раз в год интегратор разбирается полностью и все детали тщательно промываются. В течение года промывка трубок сопротивления и отдельных деталей производится по мере надобности.

Прозрачность и блеск воды в приборе — показатель чистоты; при загрязнении вода тускнеет.

Чистота трубок сопротивления подтверждается поверочным тарированием (§ 44).

§ 28. Учет изменения вязкости воды при выполнении расчета

С изменением температуры меняется вязкость воды, вследствие чего изменяется скорость движения воды в интеграторе.

С повышением температуры уменьшается вязкость, скорость движения увеличивается. Для единообразия расчетов,

[1] Формалин может быть приобретен в аптеках.

по предложению автора метода, приводим процесс к 15° С. Вязкость воды при 15° С в данном методе принята за единицу — $\gamma_{15^\circ}=1$. Пользуемся таблицей относительной вязкости воды, составленной в лаборатории проф. В. С. Лукьянова для интервала от 10 до 30° С (табл. 3).

На приборе устанавливаются нормальные термометры с точностью делений шкалы 0,2° С. В процессе работы фиксируется температура воды с точностью до 0,1° С, отсчитываемая на глаз. За неимением нужных термометров в крайнем случае пользуются термометрами с делением шкалы 0,5° С и отсчитывают температуру с точностью до 0,25°.

Количество воды, протекающее через интегратор (или через трубку сопротивления) в единицу времени, т. е. за 1 минуту, определяется формулой

$$q' = \frac{h_2' - h_1'}{\rho}\ см^3/мин. \qquad (VI,1)$$

За t минут протекает количество воды

$$Q' = \frac{h_2' - h_1'}{\rho} t\ см^3. \qquad (VI,2)$$

Таково соотношение при любой температуре.

Соотношение расходов обратно пропорционально *вязкости воды*:

$$\frac{Q'_{15^\circ}}{Q'_{t^\circ}} = \frac{\gamma_{t^\circ}}{\gamma_{15^\circ}}. \qquad (VI,3)$$

Так как

$$\gamma_{15^\circ} = 1, \qquad (VI,4)$$

то

$$Q'_{15^\circ} = Q'_{t^\circ}\gamma_{t^\circ}. \qquad (VI,5)$$

Для того чтобы, работая при $t^\circ > 15^\circ$ С, привести расход к температуре 15°, мы должны уменьшить расход, умножив на γ_{t°.

Мы можем достичь этого различными путями:

1) увеличив сопротивления ρ,
2) уменьшив разность напоров $h_2' - h_1'$ или
3) сократив время t.

Удобнее всего использовать последнюю возможность.

Работая на интеграторе при температуре больше 15°С, мы учитываем изменение вязкости воды путем *уменьшения интервала времени*, на который мы включаем интегратор.

Таблица 3

Относительная вязкость воды при различных температурах (по отношению к вязкости воды при 15°C, принятой за 1)

t°	γ	t°	γ	t°	γ	t°	γ	t°	γ	t°	γ	t°	γ	t°	γ	t°	γ	t°	γ
10,00	1,147	11,00	1,115	12,00	1,084	13,00	1,051	14,00	1,028	15,00	1,000	16,00	0,975	17,00	0,950	18,00	0,925	19,00	0,903
05	1,145	05	1,114	05	1,082	05	1,050	05	1,027	05	0,999	05	0,974	05	0,949	05	0,924	05	0,902
10	1,144	10	1,112	10	1,079	10	1,049	10	1,025	10	0,997	10	0,972	10	0,947	10	0,923	10	0,900
15	1,142	15	1,111	15	1,078	15	1,048	15	1,024	15	0,996	15	0,971	15	0,946	15	0,922	15	0,899
20	1,140	20	1,109	20	1,077	20	1,047	20	1,022	20	0,995	20	0,970	20	0,945	20	0,921	20	0,898
25	1,139	25	1,107	25	1,076	25	1,045	25	1,021	25	0,994	25	0,969	25	0,944	25	0,919	25	0,897
30	1,137	30	1,106	30	1,075	30	1,044	30	1,020	30	0,992	30	0,967	30	0,942	30	0,918	30	0,896
35	1,136	35	1,104	35	1,073	35	1,043	35	1,018	35	0,991	35	0,966	35	0,941	35	0,917	35	0,894
40	1,134	40	1,103	40	1,071	40	1,042	40	1,017	40	0,990	40	0,965	40	0,940	40	0,916	40	0,893
45	1,132	45	1,101	45	1,069	45	1,041	45	1,015	45	0,989	45	0,964	45	0,939	45	0,915	45	0,892
50	1,131	50	1,100	50	1,068	50	1,040	50	1,014	50	0,987	50	0,962	50	0,937	50	0,914	50	0,891
55	1,129	55	1,098	55	1,066	55	1,039	55	1,013	55	0,986	55	0,961	55	0,936	55	0,913	55	0,889
60	1,128	60	1,097	60	1,064	60	1,037	60	1,011	60	0,985	60	0,960	60	0,935	60	0,912	60	0,888
65	1,126	65	1,095	65	1,063	65	1,036	65	1,010	65	0,984	65	0,959	65	0,934	65	0,911	65	0,887
70	1,124	70	1,093	70	1,062	70	1,035	70	1,009	70	0,982	70	0,957	70	0,933	70	0,910	70	0,886
75	1,123	75	1,092	75	1,061	75	1,034	75	1,007	75	0,981	75	0,956	75	0,931	75	0,909	75	0,884
80	1,121	80	1,090	80	1,058	80	1,033	80	1,006	80	0,980	80	0,955	80	0,930	80	0,908	80	0,883
85	1,120	85	1,089	85	1,056	85	1,032	85	1,004	85	0,979	85	0,954	85	0,929	85	0,906	85	0,882
90	1,118	90	1,087	90	1,055	90	1,031	90	1,003	90	0,978	90	0,952	90	0,927	90	0,905	90	0 881
95	1,116	95	1,086	95	1,053	95	1,029	95	1,002	95	0,977	95	0,951	95	0,926	95	0,904	95	0,879
11,00	1,115	12,00	1,084	13,00	1,051	14,00	1,028	15,00	1,000	16,00	0,975	17,00	0,950	18,00	0,925	19,00	0,903	20,00	0,878

t°	γ	t°	γ	t°	γ	t°	γ	t°	γ	t°	γ	t°	γ	t°	γ	t°	γ	t°	γ
20,00	0,878	21,00	0,860	22,00	0,840	23,00	0,820	24,00	0,801	25,00	0,784	26,00	0,766	27,00	0,749	28,00	0,734	29,00	0,718
05	0,877	05	0,859	05	0,839	05	0,819	05	0,800	05	0,783	05	0,765	05	0,748	05	0,733	05	0,717
10	0,876	10	0,858	10	0,838	10	0,818	10	0,799	10	0,782	10	0,764	10	0,747	10	0,732	10	0,716
15	0,875	15	0,857	15	0,837	15	0,817	15	0,798	15	0,781	15	0,763	15	0,746	15	0,731	15	0,715
20	0,874	20	0,856	20	0,836	20	0,816	20	0,797	20	0,780	20	0,762	20	0,746	20	0,731	20	0,715
25	0,873	25	0,855	25	0,835	25	0,815	25	0,796	25	0,779	25	0,761	25	0,745	25	0,730	25	0,714
30	0,872	30	0,854	30	0,834	30	0,814	30	0,796	30	0,778	30	0,761	30	0,744	30	0,729	30	0,713
35	0,871	35	0,853	35	0,833	35	0,813	35	0,795	35	0,777	35	0,760	35	0,743	35	0,728	35	0,712
40	0,870	40	0,852	40	0,832	40	0,812	40	0,794	40	0,776	40	0,759	40	0,743	40	0,727	40	0,711
45	0,870	45	0,851	45	0,831	45	0,811	45	0,793	45	0,776	45	0,758	45	0,742	45	0,726	45	0,711
50	0,869	50	0,850	50	0,830	50	0,810	50	0,792	50	0,775	50	0,757	50	0,741	50	0,726	50	0,710
55	0,868	55	0,849	55	0,829	55	0,809	55	0,791	55	0,774	55	0,756	55	0,740	55	0,725	55	0,709
60	0,867	60	0,848	60	0,828	60	0,808	60	0,790	60	0,773	60	0,756	60	0,740	60	0,724	60	0,708
65	0,866	65	0,847	65	0,827	65	0,807	65	0,789	65	0,772	65	0,755	65	0,739	65	0,723	65	0,707
70	0,865	70	0,846	70	0,826	70	0,806	70	0,789	70	0,771	70	0,754	70	0,738	70	0,723	70	0,707
75	0,864	75	0,845	75	0,825	75	0,805	75	0,788	75	0,770	75	0,753	75	0,737	75	0,722	75	0,706
80	0,863	80	0,844	80	0,824	80	0,804	80	0,787	80	0,769	80	0,752	80	0,737	80	0,721	80	0,705
85	0,862	85	0,843	85	0,823	85	0,803	85	0,786	85	0,768	85	0,751	85	0,736	85	0,720	85	0,704
90	0,861	90	0,842	90	0,822	90	0,802	90	0,785	90	0,767	90	0,750	90	0,735	90	0,719	90	0,703
95	0,861	95	0,841	95	0,821	95	0,801	95	0,784	95	0,767	95	0,750	95	0,735	95	0,719	95	0,703
21,00	0,860	22,00	0,840	23,00	0,820	24,00	0,801	25,00	0,784	26,00	0,766	27,00	0,749	28,00	0,734	29,00	0,718	30,00	0,702

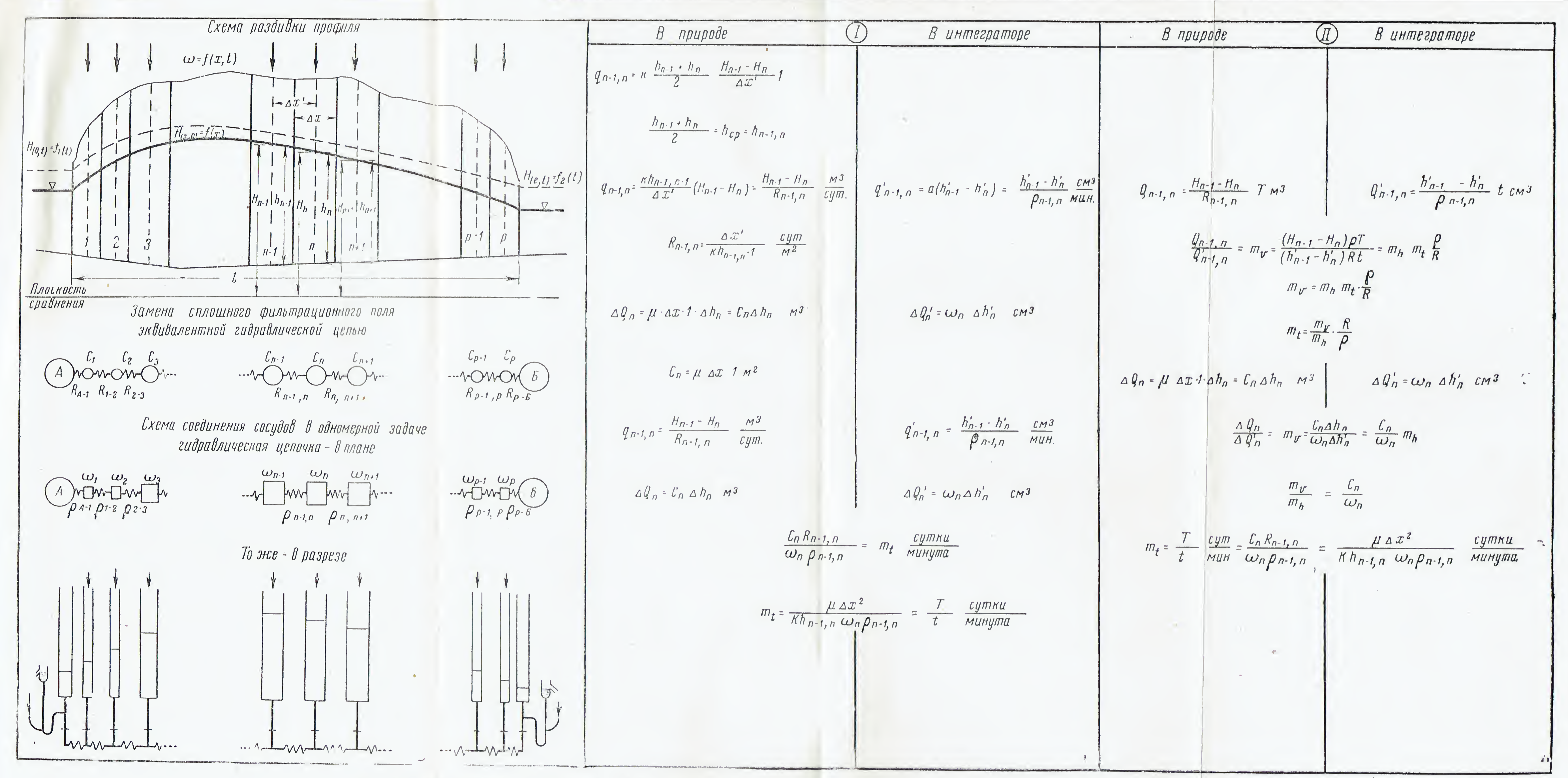


Рис. 16. Вывод аналогии и формулы масштаба времени (два способа вывода формулы масштаба времени обозначены цифрами I и II)

Примечание. На схеме разбивки профиля вместо $\omega = f(x, t)$ должно быть $w = f(x, t)$

Время мы можем отсчитывать: 1) по секундомеру или 2) пользуясь часовым механизмом интегратора, по миллиметровке, установленной на вращающихся барабанах (1 на рис. 37). Рассмотрим каждый случай отдельно.

1. *Время отсчитывается по секундомеру.* Предположим, что мы решаем задачу в масштабе времени $m_t = 4$ *сут/мин* и хотим получить данные для времени через 4 *сут* после начала процесса. Если бы мы вели расчет при 15° С, нам следовало бы включить интегратор на 1 *мин*, т. е. на 60 *сек*.

Допустим, что мы ведем расчет при $t° = 22°$ С, которой соответствует относительная вязкость воды $\gamma_{22°} = 0{,}840$ (табл. 3). Если при $t° = 22°$ С мы включим интегратор на

$$60\ сек \cdot \gamma_{22} = 60\ сек \cdot 0{,}840 = 50{,}4\ сек, \qquad (VI,6)$$

то получим тот же результат, что получили бы, включая интегратор на 60 *сек* при $t° = 15°$С.

2. *Время отсчитывается по временной шкале барабана граничных условий.* Необходимое нам изменение интервала времени мы можем осуществлять, регулируя скорость вращения барабана путем изменения длины маятника, передвигая диск вдоль стержня (1 и 2 на рис. 41) [1].

До выпуска интегратора с завода маятник тарируется. Тарирование основано на зависимости периода качания T от длины маятника l:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}; \qquad (VI,7)$$

с изменением периода качания маятника меняется скорость вращения барабанов.

В общих чертах процесс *тарирования маятника* заключается в следующем. На стержень маятника наносят предварительные риски через равные промежутки — например через 20—25 *мм*. Диск последовательно совмещают с этими черточками и при каждом положении диска определяют скорость вращения барабанов. Строят кривую зависимости скорости вращения барабанов от положения диска.

На рис. 44 по вертикальной оси отложены расстояния временных (предварительных) рисок, нанесенных на стержень маятника, от начальной (нулевой) риски в *мм*; по горизонтальной оси отложены скорости вращения барабанов v *мм/мин* (шкала сверху). По величинам скоростей, найденных экспериментально, строят плавную кривую $v = f(l)$.

[1] Для того чтобы передвинуть диск, следует предварительно слегка ослабить маленький винтик (4 на том же рис.) на задней стороне диска, поддерживая диск левой рукой. Делать это следует очень осторожно.

Точка кривой $v = 10$ *мм/мин* сносится на вертикальную ось; по чертежу определяется ее расстояние от нулевой риски, заносится в таблицу и используется для нанесения на стержне маятника окончательной риски, соответствующей 15° С и ско-

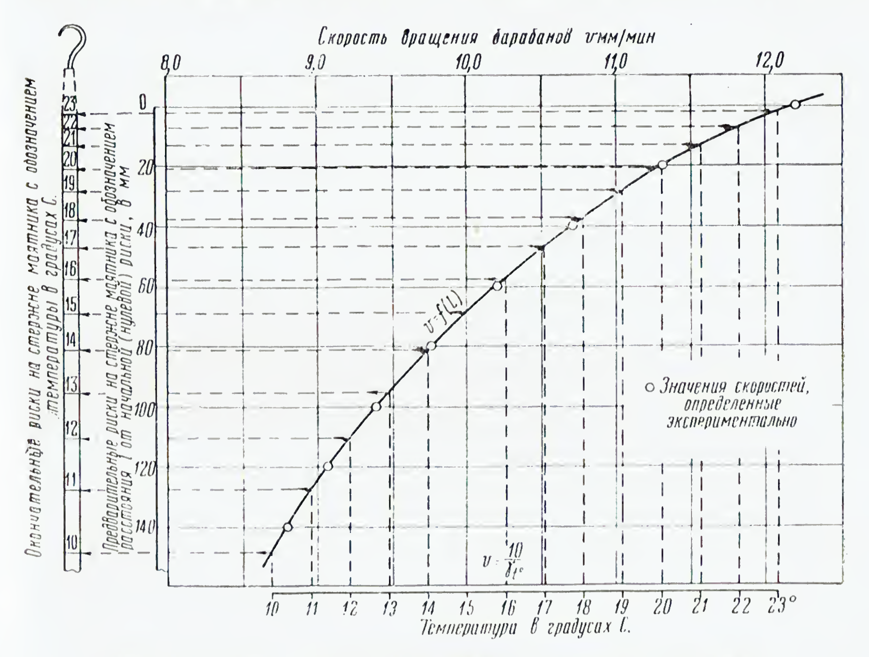


Рис. 44. Схема, поясняющая принцип тарирования маятника

рости вращения барабанов $v = 10$ *мм/мин*. Для наглядности в левой части рис. 44 изображен стержень маятника, совмещенный с вертикальной осью.

Для того чтобы привести процесс к 15° С, необходимо при увеличении температуры рабочей жидкости в приборе увеличивать скорость вращения барабанов в соотношении

$$\frac{v_{t°}}{v_{15°}} = \frac{\gamma_{15°}}{\gamma_{t°}}. \qquad (VI,8)$$

Так как $\gamma_{15°} = 1$ и $v_{15°} = 10$ *мм/мин*, следовательно:

$$v_{t°} = \frac{v_{15°}}{\gamma_{t°}} = \frac{10}{\gamma_{t°}}\ мм/мин. \qquad (VI,9)$$

По этому соотношению находятся значения скоростей для целых значений температур. Соответствующие точки кривой сносятся на вертикальную ось и определяется их расстояние от нулевой черточки. По этим данным градуируется стержень маятника и обозначаются соответствующие значения температур.

При перемещении диска маятника вдоль градуированного стержня изменяется скорость вращения барабанов граничных условий и тем самым сокращаются в нужном нам отношении интервалы времени, на которые мы включаем интегратор.

§ 29. Осуществление граничных условий I и II рода

Граничное условие I рода (§ 15) осуществляется на интеграторе путем соединения граничного пьезометра (2 на рис. 31) с подвижным водосливом установки граничных условий, уровень которого может перемещаться по заданной кривой или, в частном случае, оставаться постоянным. Схема соединений на интеграторе дана на рис. 45а.

Граничное условие II рода (§ 15) осуществляется на интеграторе путем приливания (подачи) заданного количества воды в граничный пьезометр или в первый сосуд гидравлической модели. Схема соединений указана на рис. 45б справа.

Необходимая подача воды определяется из равенства

$$\frac{q}{m_q} = q'_w \ см^3/мин, \qquad (VI,10)$$

где q — количество воды, поступающей на край профиля в природных условиях — $м^3/сут$; q'_w — соответствующее количество воды, которое следует подавать в граничный пьезометр секции интегратора — $см^3/мин$; m_q — масштаб расходов — $\frac{м^3/сут}{см^3/мин}$.

Подставляя в (VI,10)

$$m_q = m_h \frac{\rho}{R}, \qquad (III,36)$$

получим:

$$q'_w = \frac{q}{m_h} \cdot \frac{R}{\rho} \ см^3/мин. \qquad (VI,11)$$

Подача осуществляется от водослива подвижного уровня под напором через трубку сопротивления[1]. Схема подачи изображена на рис. 46. Уровень воды в подвижном водосливе (1) установки граничных условий фиксируется контрольным пьезометром (6), расположенным на передней стенке установки граничных условий, и определяется по шкале (7). Нулевое деление шкалы (7) наносится на высоте порожка водослива (3). Положение нуля тщательно (с достаточной повторностью) определяется по началу перетекания воды через порожек водосливчика, которое устанавливается (фиксируется) по началу повышения уровня в пьезометре A, предварительно изолированном и заполненном до некоторой высоты водой (Инструкция..., 1958, стр. 23—27).

Разность уровней $\Delta h'_w$ и есть тот напор, под которым подается вода через трубку сопротивления (2).

Расход воды через трубку (2):

$$q'_w = \frac{\Delta h'_w}{\rho_w}, \qquad (VI,12)$$

где ρ_w— величина гидравлического сопротивления трубки.

[1] В этом случае чаще приходится пользоваться трубкой большого сопротивления.

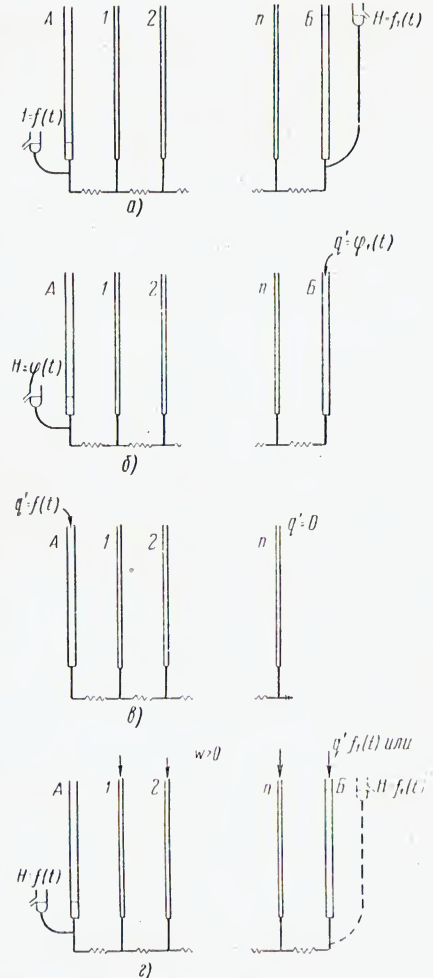


Рис. 45. Схемы осуществления граничных условий на интеграторе при решении фильтрационных задач: а) по краям профиля — граничные условия I рода; б) слева— граничное условие I рода, справа — II рода; в) по краям профиля — граничные условия II рода; г) слева — граничное условие I рода, справа — I или II рода; инфильтрация $w>0$

Нужный расход воды определяется отношением величин $\Delta h'_w$ и ρ_w и может быть обеспечен при различных их значениях. Требуемый расход тщательно проверяется и уточняется на приборе.

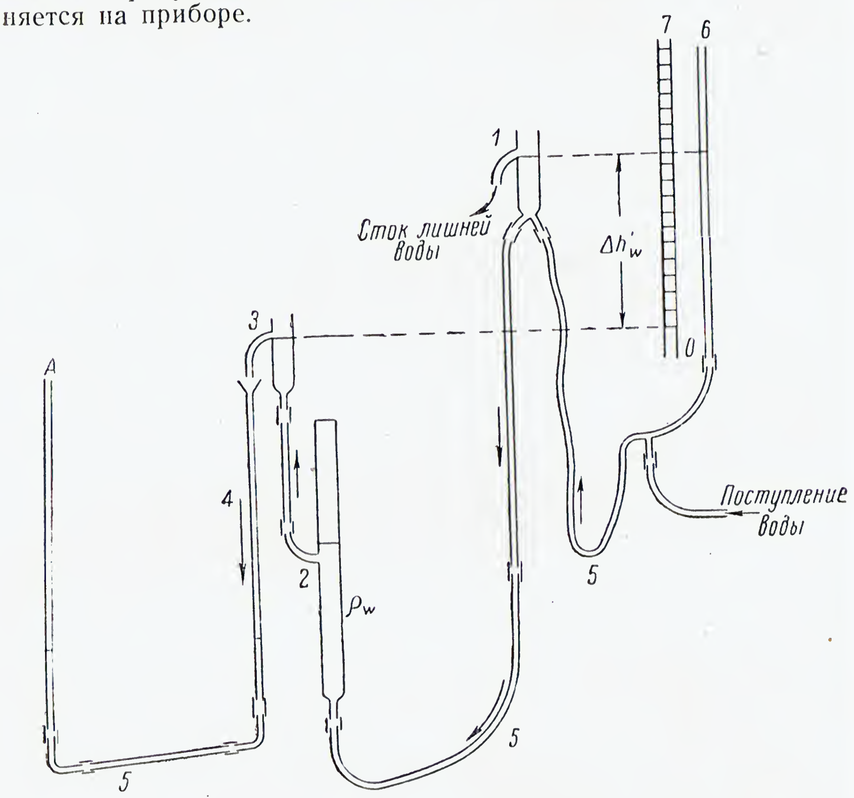


Рис. 46. Схема подачи заданного количества воды при осуществлении граничного условия II рода: *A* — граничный пьезометр на передней доске секции; 1 — подвижной водослив установки граничных условий; 2 — трубка большого сопротивления; 3 — стеклянный водосливчик, закрепленный на задней стороне секции; 4 — пьезометр на задней стороне секции, 5 — соединительные трубки; 6 — контрольный пьезометр на передней стенке установки граничных условий, фиксирующий уровень воды в подвижном водосливе 1; 7 — шкала на миллиметровой бумаге, закрепленная рядом с пьезометром 6

Если расход меняется с течением времени, т. е.

$$q'_w = f(t), \tag{VI,13}$$

то напор $\Delta h'_w$ изменяется во времени по заданному закону; для этого график $\Delta h'_w = f(t)$, составленный с учетом масшта-

бов высот и времени и установленный на барабане граничных условий, обводится пером (указателем), чем и обеспечивается необходимое изменение напора и расхода.

В частном случае, если $q=0$ (например, на водоразделе), за крайним сосудом ставится заглушка (рис. 45в).

О возможности *упрощения* осуществления граничных условий в начальный период решения задачи см. стр. 51.

О моделировании полубесконечного потока см. там же.

§ 30. Учет инфильтрационного питания грунтовых вод

На интеграторе можно решать задачи с учетом инфильтрационного питания грунтовых вод с поверхности земли, например, при инфильтрации атмосферных осадков или при поливах. Можно учитывать инфильтрационное питание переменное во времени и в пространстве: $w=\varphi(x, t)$.

Учет инфильтрации при расчете на интеграторе можно осуществлять двумя способами:

1) путем приливания в сосуды емкости такого количества воды, которое в принятых масштабах времени и высот с учетом площади сечения сосудов ω соответствует инфильтрации атмосферных осадков в природных условиях и

2) путем смещения начала координат на величину изменения уровня воды под влиянием инфильтрации при отсутствии стока.

Рассмотрим эти способы отдельно.

1-й способ. Количество воды, которое необходимо приливать в сосуд емкости сечением ω *см*², подсчитывается по формуле (VI, 19).

Вывод этой формулы может быть сделан следующим образом.

Обозначим:

w — инфильтрационное питание в природе, «представленное толщиной *слоя воды*, просачивающегося в единицу времени, выраженное в тех же единицах измерения, как и коэффициент фильтрации» [1] (см. также стр. 61) — *м/сут*;

Δt — интервал времени в природе — *сут;*

ΔH_w — повышение уровня воды в природе, происходящее под влиянием инфильтрации, за время Δt:

$$\Delta H_w = \frac{w}{\mu}\Delta t \text{ } м; \qquad (VI,14)$$

[1] Г. Н. Каменский. Основы динамики подземных вод. ОНТИ, М., 1935.

$\Delta H'_w$ — соответствующее ему повышение уровня воды на интеграторе за время $\Delta t'$:

$$\Delta H'_w = \frac{\Delta H_w}{m_h} \; см, \qquad (VI,15)$$

где m_h — масштаб высот;

$\Delta t'$ — интервал времени на интеграторе, соответствующий природному интервалу Δt:

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{m_t} \; мин, \qquad (VI,16)$$

где m_t — масштаб времени.

Из равенств (VI,14), (VI,15) и (VI,16) имеем

$$\Delta H'_w = \frac{\Delta H_w}{m_h} = \frac{w}{\mu} \cdot \frac{\Delta t}{m_h} = \frac{w}{\mu} \Delta t' \frac{m_t}{m_h} \; см; \qquad (VI,17)$$

следовательно, требуемое повышение уровня воды на интеграторе в единицу времени

$$\frac{\Delta H'_w}{\Delta t'} = \frac{w}{\mu} \cdot \frac{m_t}{m_h} \; см/мин. \qquad (VI,18)$$

Отсюда количество воды, которое необходимо приливать в единицу времени в сосуд емкости сечением ω $см^2$, определяется по формуле

$$\boxed{q_w = \frac{w}{\mu} \cdot \frac{m_t}{m_h} \omega \; см^3/мин}. \qquad (VI,19)$$

Приливание необходимого количества воды в сосуды осуществляется обычно через инфильтрационные трубки (трубки большого сопротивления) под определенным напором по ранее рассмотренной схеме, изображенной на рис. 46. На задней стороне секции устанавливаются трубки сопротивления и стеклянные водосливчики соответственно числу элементарных участков в гидромодели. Питание трубок осуществляется через общий коллектор (рис. 47), находящийся под напором от подвижного водослива установки граничных условий.

Путем назначения соответствующих сопротивлений ρ_w и напора $\Delta h'_w$ (см. стр. 91 и рис. 46) легко обеспечивается необходимая подача воды в сосуды емкости и может быть учтено инфильтрационное питание, неравномерное вдоль профиля.

Если закон изменения инфильтрации во времени для всего

профиля одинаков, он обеспечивается одним подвижным водосливом. В противном случае каждый участок с одинаковым графиком изменения $w=f(t)$ должен быть соединен с отдельным подвижным сосудом.

Описанный способ учета инфильтрационного питания следует применять при неравномерной вдоль профиля инфильтрации, т. е. при $w = f(x)$.

2-й способ, менее трудоемкий и весьма изящный по своему замыслу, выполняется с помощью «переменного начала координат»; он может быть применен в случае неизменности инфильтрационного питания вдоль профиля, т. е. при $w_x = \text{const}$, при любой закономерности изменения его во времени (В. С. Лукьянов, 1947).

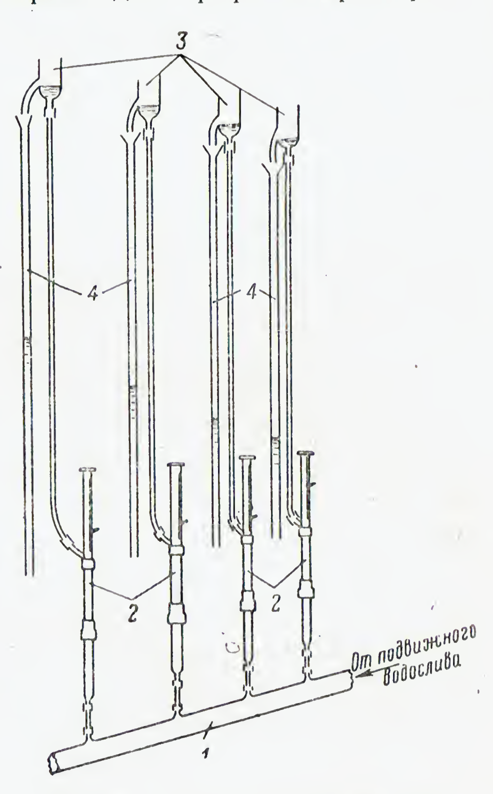


Рис. 47. Схема осуществления инфильтрации переменной вдоль профиля $w=f(x)$: 1 — коллектор; 2 — трубки сопротивления; 3 — водосливы; 4 — пьезометры

Инфильтрация с интенсивностью w *м/сут*, при отсутствии стока, вызовет за время Δt повышение уровня воды в породе со свободной пористостью μ на величину

$$\Delta H_w = \frac{w}{\mu} \Delta t \ м. \qquad \text{(VI,14)}$$

Тот же результат мы получим, если понизим начало координат на указанную величину. Этот прием, столь очевидный для бассейна грунтовых вод, справедлив также для установившегося и неустановившегося движения, что доказано экспериментально и аналитически.

Приводимое ниже аналитическое доказательство справедливости этого способа применительно к расчетам фильтрации дано С. А. Румянцевым.

Рассмотрим неустановившееся движение грунтовых вод, которое при

наличии инфильтрации описывается дифференциальным уравнением:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{kh}{\mu} \cdot \frac{\partial H}{\partial x}\right) + \frac{w}{\mu}; \qquad \text{(VI 20)}$$

значение букв объяснено на стр. 19.

Это уравнение, путем перехода к другой напорной функции z, связанной со старой соотношением

$$H = z + u, \qquad \text{(VI,21)}$$

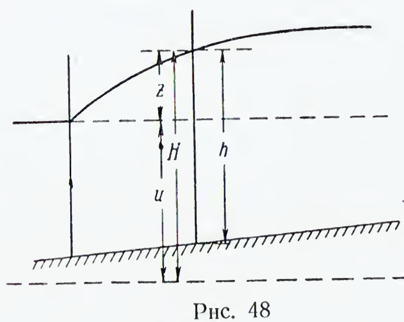


Рис. 48

можно привести к виду:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{kh}{\mu} \cdot \frac{\partial z}{\partial x}\right), \qquad \text{(VI,22)}$$

т. е. к дифференциальному уравнению, описывающему неустановившееся движение грунтовых вод при отсутствии инфильтрации.

Для этого необходимо подобрать соответствующим образом функцию u (в выражении VI, 21).

Так как напорные функции как H так и z, суть функции времени и расстояния, то предположим, что и $u=u(t, x)$.

Подставляя выражение H из (VI, 21) в уравнение (VI, 20), получим:

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{kh}{\mu}\left(\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x}\right)\right] + \frac{w}{\mu}; \qquad \text{(VI,23)}$$

или

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{kh}{\mu}\frac{\partial z}{\partial x}\right) + \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{kh}{\mu} \cdot \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \left(\frac{w}{\mu} - \frac{\partial u}{\partial t}\right)\right]. \qquad \text{(VI,24)}$$

Теперь определим функцию u так, чтобы выражение, стоящее в квадратных скобках в (VI,24), тождественно обратилось в нуль. (Тем самым мы придем к уравнению (VI,22).

Для этого достаточно потребовать, чтобы выполнялись равенства:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0, \qquad \text{(VI,25)}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{w}{\mu}. \qquad \text{(VI,26)}$$

Из (VI, 25) следует, что функция u не должна зависеть от x (графически соотношение между H, z и u показано на рис. 48).

Итак, функция u зависит только от одной переменной t, поэтому выражение (VI,26) можно записать так:

$$\frac{du}{dt} = \frac{w}{\mu}, \qquad \text{(VI,27)}$$

откуда

$$u = \frac{1}{\mu}\int_0^t w\,dt, \qquad (VI\ 281)$$

или

$$u = \frac{1}{\mu}\sum_i w_i \Delta t_i, \qquad (VI.\ 29)$$

где Δt_i — интервал времени, в течение которого инфильтрация сохраняет значение w_i.

Из сказанного можно сделать следующие выводы:

Так как функцию u приходится считать независимой от x, то, ввиду равенства (VI,27) следует, что переход от уравнения (VI,20) к уравнению (VI,22) подстановкой (VI,21) может быть осуществлен только для участка профиля, инфильтрация вдоль которого равномерна.

Если вместо приливания мы будем понижать начало координат на величину, данную формулой (VI,28) (т. е. на величину повышения уровня грунтовой воды под влиянием инфильтрации за тот же промежуток времени при условии отсутствия оттока), и будем отсчитывать все уровни от этого подвижного начала координат, включая и заданные уровни на границах профиля, то мы получим тот же результат, который получили бы при наличии инфильтрационного питания при отсчетах уровней от неподвижного начала координат.

Это позволяет заменить более трудоемкий процесс — *приливание воды в сосуды емкости* в соответствии с величиной инфильтрационного питания — процессом, который осуществляется легче и быстрее, при бо́льшей точности — *понижением начала координат* (уровня реки) за время Δt на величину

$$\Delta H_w = \frac{w}{\mu}\Delta t, \qquad (VI,30)$$

или за время t на величину $H_w = \int_0^t \frac{w}{\mu}\,dt$ и отсчетом всех уровней от этого пониженного начала координат, включая и уровни на границах (постоянные или переменные).

Экспериментальная проверка подтвердила одинаковые результаты расчетов по 1 и 2 способам. При наличии равномерной вдоль профиля инфильтрации рекомендуется пользоваться 2-м способом. Практическое его применение описано в задаче № 3 (§ 48).

7 Зак. 50

ГЛАВА VII

ВЫПОЛНЕНИЕ РАСЧЕТА

§ 31. Последовательность действий при подготовке и проведении расчета (перечень)

I. Подготовительные действия

1. Тщательно разобраться в принципиальной схеме гидрогеологических условий и выбрать расчетную схему (см. § 16).
2. Составить полную формулировку задачи (см. стр. 53).
3. Определить схему питания и соединений на интеграторе.
4. Наметить деление профиля на элементарные объемы. Деление профиля зависит от принятой расчетной схемы, характера необходимого ответа, крутизны депрессионной кривой. Более дробное деление назначается в местах бо́льшей крутизны депрессионной кривой и на участках, для которых требуется получить более подробные данные. Удобно назначать кратную длину участков, например 100 *м*$\times$2; 200 *м*$\times$2; 400*м*$\times$4; 800 *м* и т. д.
5. Заготовить чертеж для графической документации расчета. Нанести на миллиметровку деление профиля на участки. Масштаб принять удобный для дальнейшего нанесения результатов решения задачи. На том же листе вычертить принятую расчетную схему.
6. Рассчитать депрессионную кривую для $t=0$ (см. § 14) и нанести ее на заготовленный чертеж. Образцы чертежей можно видеть в приложениях I—IV.
7. Рассчитать гидромодель (см. § 19), назначив масштаб времени (см. § 20).

II. Осуществление гидромодели на интеграторе и выполнение проверок

8. На интеграторе смонтировать (или набрать) цепочку сопротивлений [1].

9. Выполнить необходимые проверки в соответствии с § 25 и внести необходимые исправления.

10. Сделать подводку воды для тарирования, поверочное тарирование цепочки сопротивлений и, если требуется, ввести поправки (см. § 32).

11. Назначить масштаб высот (см. § 20) и нанести высотную шкалу на миллиметровку доски пьезометров.

12. Нанести высотную и временну́ю шкалы на миллиметровку для барабанов граничных условий. Если граничные условия заданы как функции времени, вычертить на миллиметровке для барабанов соответствующие кривые и записать принятые при решении задачи масштабы времени и высот.

13. Сделать необходимую подводку воды к граничным пьезометрам, обеспечивающую выполнение заданных граничных условий (см. § 29).

14. Привести в соответствие уровни воды в граничных пьезометрах с высотными шкалами на миллиметровке барабанов (см. стр. 77, 78).

15. Включить сосуды емкости в соответствии с данными гидромодели и убедиться в отсутствии течи.

16. Около пьезометров отметить исходные уровни, осуществить заданные начальные условия (для $t=0$) и проверить устойчивость депрессионной кривой (см. § 33), если последняя задана для стационарного состояния.

17. Приготовить журнал ведения расчета и записать в нем № и условия задачи, данные гидромодели, результат проверки суммарного сопротивления и устойчивости депрессионной кривой. (Примеры журналов можно видеть в разделе II, табл. 14, 16 и др.)

III. Выполнение расчета

18. Когда на интеграторе осуществлена гидромодель в соответствии с расчетной схемой нашего профиля, то для получения численного решения задачи нужно:

---

[1] Обычно трубки сопротивления установлены на секции, и гидравлическая цепочка осуществляется иногда путем «набора», т. е. оставления нужных и отключения ненужных трубок и выполнения необходимых соединений. Однако лучше просмотреть паспорта трубок, а на участки, наиболее нас интересующие, поставить трубки наилучшего качества. Образец поверочного графика трубки сопротивления дан на рис. 66.

а) включать интегратор (т. е. открывать краны) на определенные промежутки времени в соответствии с масштабом времени и интересующими нас интервалами времени, после чего выключать интегратор (т. е. закрывать краны);

б) осуществлять граничные условия, обводя указателем кривые граничных условий;

в) делать отсчеты уровней в пьезометрах после выключения интегратора [1];

г) тщательно документировать ведение расчета, о чем сказано в следующем разделе.

При назначении длительности времени, на которое мы включаем интегратор, необходимо учитывать изменение вязкости воды с температурой (см. § 28).

В процессе решения нелинейных задач необходимо постепенно, небольшими ступенями, изменять сопротивления в зависимости от изменений мощности фильтрующего слоя (см. § 34).

IV. Документация ведения расчета

19. В процессе решения необходимо:

а) вести тщательную запись в журнале, при этом отмечать: 1) условия проведения расчета — поставленные сопротивления и емкости, момент и величину их изменения; 2) полученные результаты;

б) наносить получаемые кривые на график сразу же после определения расчетных точек.

В конце решения следует сделать поверочное тарирование цепочки сопротивлений для контроля. Полученная при тарировании величина $\Sigma\rho_{t\,\text{тар}}$ сравнивается с расчетной величиной $\Sigma\rho_{t\,\text{расч}}$, которая соответствует мощностям потока в конечный момент решения задачи. Если возможно, следует сравнить предельную депрессионную кривую с расчетной.

§ 32. Поверочное тарирование цепочки сопротивлений. Введение поправок

Схема соединений указана на рис. 49. Один из граничных пьезометров, например *Б*, соединяется с подвижным водосли-

[1] В некоторых случаях вместо отсчетов удобно отмечать уровни черточками на миллиметровой бумаге около пьезометров с обозначением времени по задаче, а после окончания расчета вынуть миллиметровку и записать уровни.

В случае решения нелинейной задачи обязательно отмечать черточками уровни в пьезометрах, так как после изменения сопротивлений ρ расчет для соответствующего интервала времени повторяется (см. стр. 108).

вом установки граничных условий; другой, например *А*, напротив, отключается от водослива граничных условий с помощью надежного зажима (1). От граничного пьезометра *А* через тройник (имеющийся на секции) и присоединяемую резиновую трубку (2), делается отвод к стеклянному водосливчику (3), который укрепляется на лабораторном металлическом штативе.

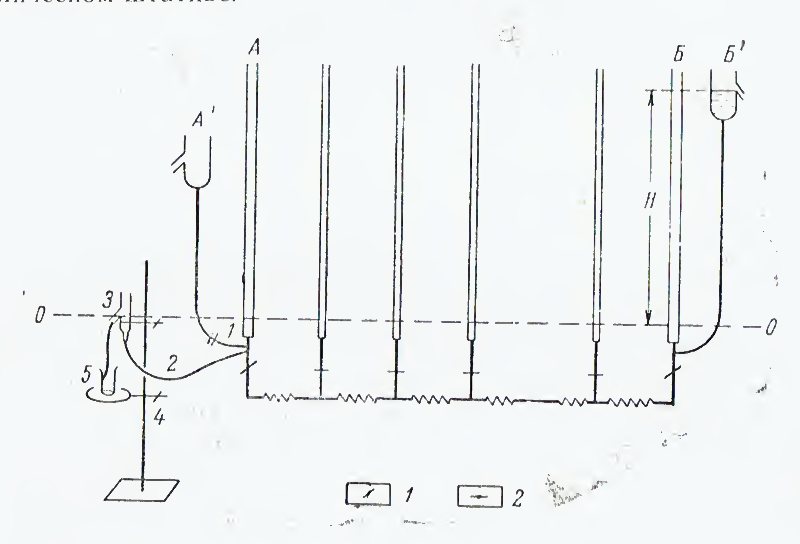


Рис. 49. Схема соединений при поверочном тарировании суммарного сопротивления — с отключенными пьезометрами: *А*, *Б* — граничные пьезометры гидромодели; *А'*, *Б'* — подвижные водосливы установки граничных условий; 1 — зажим; 2 — резиновая трубка; 3 — стеклянный водосливчик; 4 — лабораторный штатив; 5 — стакан. Условные обозначения: 1) кран открыт; 2) кран закрыт

Уровень воды в пьезометре *А* устанавливается при открытых кранах (т. е. при наличии стока воды из секции через водосливчик) с помощью водосливчика (3) на нулевой линии, от которой и отсчитываются уровни. На кольцо штатива ставится стакан, в который собирается вода при тарировании.

Тарирование при отключенных пьезометрах. Поверочное тарирование суммарного сопротивления гидравлической цепочки на интеграторе выполняется быстрее при отключенных пьезометрах или, как говорят, «при закрытых кранах». При этом, как указано на рис. 49, открыты только краны граничных пьезометров, остальные — закрыты.

Под влиянием разности напоров H вода движется через цепочку трубок, будучи изолирована от пьезометров, и стекает через водосливчик (3).

Определяется расход воды, поступающей в стакан, и подсчитывается суммарное сопротивление трубок:

$$\sum \rho = \frac{Ht}{Q\gamma} = \frac{H}{q\gamma} = \frac{H}{q_{15^\circ}}; \qquad \text{(VII,1)}$$

здесь $\Sigma\rho$ — суммарное сопротивление трубок — *мин/см*^{2}; H — разность уровней в пьезометрах A и $Б$ — *см*; t — время — *мин;* Q — количество воды, поступившее в стакан за время t — *см*^{3}; $q = \frac{Q}{t}$ — расход воды при температуре опыта — *см*^{3}*/мин*; γ — относительная вязкость воды при температуре опыта; q_{15° — расход воды при температуре 15° — *см*^{3}*/мин*

Следует помнить, что при тарировании уровни замеряются в сантиметрах, для чего миллиметровка на доске пьезометров размечается на сантиметры.

Количество воды Q, собираемое в стакан, должно быть не менее 100 *см*^{3}. Форма записи дана в разделе II, стр. 140.

На основании тарирования определяется $\Sigma\rho_{тар}$.

Если ошибка составляет 1—2% от расчетной $\Sigma\rho_{расч}$, т. е

$$\frac{\Sigma \rho_{тар} - \Sigma \rho_{расч}}{\Sigma \rho_{расч}} 100 \leqslant 1 - 2\ \%, \qquad \text{(VII,2)}$$

и если не преследуется цель повышенной точности, можно выполнять расчет без введения поправок.

Можно учесть фактическую величину суммарного сопротивления при вычислении масштаба времени.

Тарирование при включенных пьезометрах, или, как говорят, «при открытых кранах», позволяет определить не только суммарное, но и фактическое сопротивление каждой трубки отдельно и ввести поправки. Схема соединений соответствует рис. 49. При этом все краны гидромодели должны быть открыты, пьезометры заполнены водой.

Разность уровней в двух соседних пьезометрах пропорциональна стоящему между ними сопротивлению при условии установившегося состояния, т. е. при равенстве расходов воды, протекающей через каждую трубку. Последнее подтверждается неподвижностью уровней в пьезометрах.

Наиболее быстрый способ введения поправок заключается в следующем. Уровень воды в пьезометре A устанавливают на нуле шкалы (рис. 50).

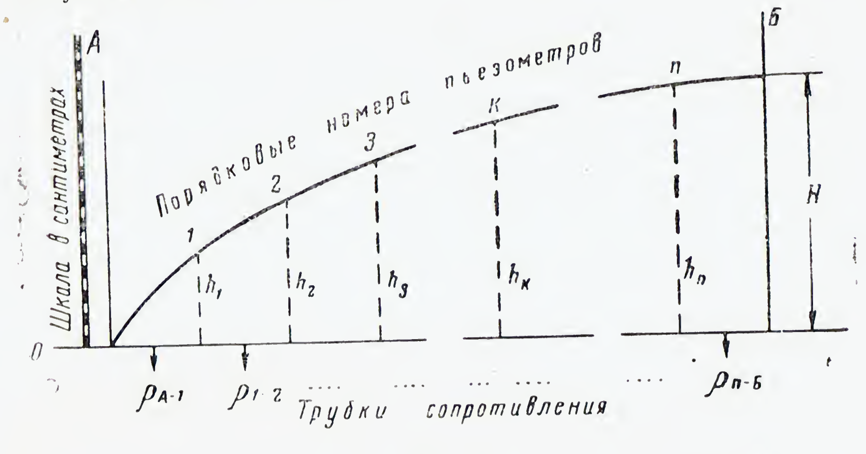


Рис. 50

Уровни воды в пьезометрах вычисляют заранее по формуле[1]

$$h_k = \frac{H}{\sum\limits_{1}^{n+1} \rho} \sum_{1}^{k} \rho, \qquad \text{(VII,3)}$$

здесь n — число участков и соответственно пьезометров в гидромодели, $n+1$ — число трубок сопротивления, H — уровень воды в пьезометре $Б$ — *см*, h_k — уровень воды в пьезометре с порядковым номером k — *см*, ρ — сопротивление трубки — *мин/см*^{2}.

---

[1] Которая следует из очевидного соотношения

$$\frac{h_k}{H} = \frac{\sum\limits_{1}^{k} \rho}{\sum\limits_{1}^{n+1} \rho}. \qquad \text{(VII,3a)}$$

Следовательно:

$$h_1 = \frac{H}{\sum_{1}^{n+1} \rho} \rho_{A-1}, \qquad (VII,4)$$

$$h_2 = \frac{H}{\sum_{1}^{n+1} \rho} (\rho_{A-1} + \rho_{1-2}) \qquad (VII,5)$$

и т. д.

Величину H удобно принять равной 50 *см*. Вычисления удобно вести в форме табл. 4.

Таблица 4

Пьезометр	ρ	$\sum_{1}^{k} \rho$	h_k
A			
1			
2			
3			
. . .			
k			

Вычисленные таким образом уровни, соответствующие *расчетным* сопротивлениям ρ, отмечаются черточками на миллиметровке около пьезометров и выставляются в пьезометрах. Сосуды емкости должны быть предварительно отключены, чтобы равновесие скорее наступило.

Открывают краны и после установления неподвижности уровней (через 5—10 минут при $\Sigma\rho$ порядка 2—3 *мин/см²*) производят повторное тарирование суммарного сопротивления. Уровни в пьезометрах несколько сместятся в соответствии с *фактическими* сопротивлениями ρ отдельных трубок. По характеру смещения можно определить *знак* и *величину* ошибки. Если разность уровней в двух соседних пьезометрах стала меньше расчетной, т. е. меньше разности между черточками, следовательно, сопротивление трубки меньше расчетного; поправку следует ввести со знаком плюс. Полезно на миллиметровке пометить требуемые положительные и отрицательные поправки знаками плюс и минус (рис. 51).

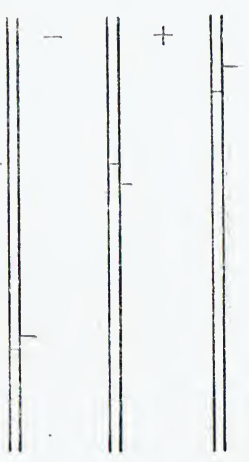


Рис. 51. Определение знака необходимых поправок к сопротивлениям трубок (внутри пьезометров показан фактический уровень; черточки около пьезометров соответствуют расчетным уровням)

Величина необходимой поправки при некотором навыке определяется на основе визуального сравнения фактической и теоретической разности уровней между соседними пьезометрами. В уме подсчитывается приблизительный процент ошибки и вносится пропорциональная поправка в сопротивление соответствующей трубки [1].

Необходимо следить, чтобы алгебраическая сумма поправок была равна суммарной ошибке по абсолютной величине и противоположна ей по знаку. После внесения поправок вновь тарируется $\Sigma\rho$. При тщательной работе отклонение от расчетного сопротивления составит 0—1%.

В случае, если уровни в пьезометрах стоят на черточках, а сумма сопротивлений тем не менее дает существенное отклонение от расчетного, то, следовательно, все трубки дают пропорциональные отклонения, что может произойти при загрязнении. Лучше всего вымыть трубки. При небольшом отклонении ввести поправки, пропорциональные сопротивлениям.

[1] Например, разность уровней воды в двух соседних пьезометрах, судя по черточкам, должна быть 20 *мм*; фактическая разность 18 *мм*. Требуется поправка со знаком плюс. Ошибка составляет 10%. Пусть между пьезометрами стоит сопротивление $\rho=0{,}400$. Вносим поправку $+0{,}040$. Исправленное сопротивление 0,440. Сечение сосудов емкости проверяется в соответствии с рекомендацией ВНИИ транспортного строительства (Руководство... , 1961).

§ 33. Проверка устойчивости депрессионной кривой

Если исходная депрессионная кривая соответствует ста-
ционарному состоянию, проверяется ее *устойчивость* на ин-
теграторе. Когда гидромодель осуществлена на интеграторе,
проверены и подправлены сопротивления, следует установить
уровни в пьезометрах согласно вычисленным отметкам деп-
рессионной кривой, нанеся предварительно черточки на мил-
лиметровке в масштабе высот; открыть краны; выждать 10—
15 минут; записать фактические уровни в журнал и при рабо-
те на интеграторе считать их исходными.

При тщательной работе смещение уровней не превышает
1—2 *мм*. Всякое значительное отклонение уровня от постав-
ленных черточек свидетельствует о наличии ошибки — в сое-
динениях, в сопротивлении трубки или вследствие наличия
пузырьков воздуха или, что иногда случается, в неправиль-
ном нанесении черточек.

§ 34. Расчет линейных и нелинейных задач

Расчет линейных и нелинейных задач выполняется несколько различно: первый из них осуществляется более просто.

В *линейной задаче*, соответствующей уравнению

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{kh_0}{\mu} \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{w}{\mu} \qquad (I,8)$$

или, если $w = 0$,

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{kh_0}{\mu} \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial x^2}, \qquad (I,9)$$

мощность фильтрующей толщи h_0 считается величиной постоянной в пространстве и во времени (см. стр. 21). Гидравлические сопротивления участков профиля

$$R = \frac{\Delta x'}{kh1} \qquad (III,10)$$

при $h = \text{const}$ остаются неизменными в процессе фильтрации. Соответственно, гидравлические сопротивления ρ на интеграторе не изменяются, и весь расчет от $t = 0$ до $t = \infty$ выполняется при ρ_0, подсчитанных для постоянной величины h.

Следует отметить некоторую специфику расчетов при постоянных сопротивлениях ρ_0 по методу гидравлических аналогий, которая позволяет считать эти расчеты более точными по сравнению с аналитическим решением линейных задач в строгом их понимании.

Сопротивления R_0 и ρ_0 для начального момента времени могут быть рассчитаны с учетом изменения мощности водоносной толщи вдоль профиля. Поэтому *расчетная схема* при этом больше соответствует некоторому линеаризированному уравнению (Аравин и Нумеров, 1953). *Решение* на интеграторе, когда мощность потока принимается переменной вдоль профиля, может быть точнее решения линеаризированного уравнения[1], если удачно выбрать среднюю депрессионную кривую за рассматриваемый промежуток времени.

В *нелинейной задаче,* когда в каждый момент времени h зависит от H, решается уравнение:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial}{\partial x}\left(kh\frac{\partial H}{\partial x}\right) + \frac{w}{\mu} \qquad (I,1)$$

или, при $w = 0$,

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial}{\partial x}\left(kh\frac{\partial H}{\partial x}\right) \qquad (I,6)$$

(объяснение букв дано на стр. 19).

В приведенных уравнениях (I,1) и (I,6) мощность фильтрующей толщи является переменной величиной, зависящей от координаты x и времени t.

С изменением мощности потока h с течением времени гидравлическое сопротивление участка профиля изменяется обратно пропорционально мощности, т. е.

$$\frac{R_t}{R_0} = \frac{h_0}{h_t}, \qquad (VII,6)$$

где h_t и h_0 — мощности потока соответственно в моменты времени t и начальный, R_t и R_0 — гидравлические сопротивления участка профиля в те же моменты времени.

Гидравлическое сопротивление в момент времени t будет равно

$$R_t = \frac{R_0 h_0}{h_t}. \qquad (VII,7)$$

С увеличением мощности потока, например при развитии подпора грунтовых вод, гидравлические сопротивления с течением времени уменьшаются; при водоотливе из шахты с уменьшением мощности потока они, напротив, увеличиваются.

[1] Н. Н. Веригин. О неустановившемся движении грунтовых вод вблизи водохранилищ. ДАН СССР, 1949, т. 66, № 6.

Величина ρ на интеграторе должна быть изменена в соответствии с изменением R (VII,7) следующим образом:

$$\rho_t = \frac{\rho_0 h_0}{h_t}, \qquad \text{(VII,8)}$$

где ρ_t и ρ_0 — гидравлические сопротивления на интеграторе в момент времени t и начальный, остальные обозначения — те же; числитель $\rho_0 h_0$ — постоянная величина, что упрощает подсчет.

Порядок решения нелинейной задачи следующий. Расчет ведется ступенями через небольшие интервалы времени. В те-

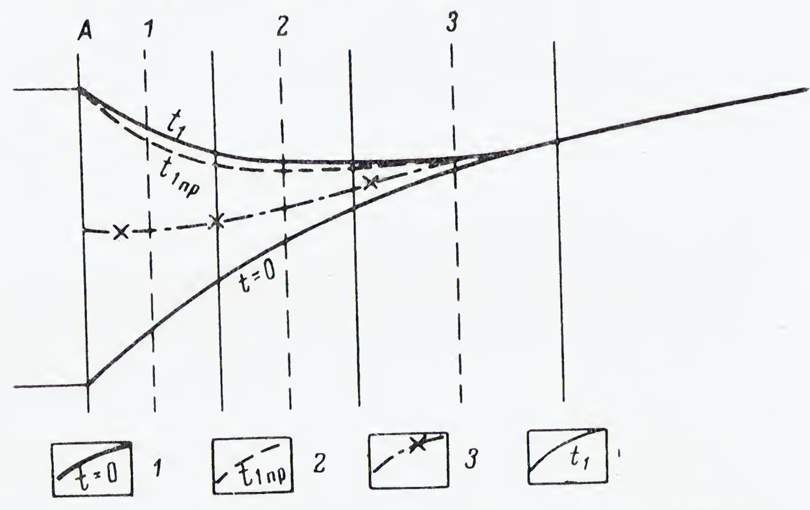


Рис. 52. Схема к пересчету сопротивлений при решении нелинейных задач: 1 — исходная депрессионная кривая для $t=0$; 2 — предварительная депрессионная кривая для $t=t_1$; 3 — промежуточное положение депрессионной кривой между $t = 0$ и $t = t_{1пр}$; 4 — окончательная депрессионная кривая для $t=t_1$; (A, 1, 2, 3 — сечения профиля и, соответственно, пьезометры на интеграторе)

чение каждого интервала учитывается область фильтрации, ограниченная некоторой постоянной, средней для него депрессионной кривой.

В лаборатории ВНИИ транспортного строительства принят следующий способ получения средней депрессионной кривой. Предварительно задаются вероятной депрессионной кривой для конца интервала времени t_1 и вычерчивают ее на графике решения задачи; на рис. 52 она обозначена через $t_{1пр}$.

Графически намечают среднюю депрессионную кривую между кривыми $t = 0$ и $t = t_{1пр}$; по ней определяют промежуточные мощности $h_{0-t_{1пр}}$ на середине расстояния между центрами соседних участков (на рис. 52 отмечены крестиками).

Подсчитывают в первом приближении среднее сопротивление для промежутка времени от $t = 0$ до $t = t_1$ по формуле

$$\rho_{0-t_1} = \frac{h_0 \rho_0}{h_{0-t_{1пр}}}. \qquad \text{(VII,9)}$$

Соответственно изменив сопротивления трубок и установив начальную депрессионную кривую, получают кривую для $t = t_1$. Если она сильно отличается от предварительной кривой, то исправляют среднюю депрессионную кривую и пересчитывают ρ, затем получают окончательную кривую для $t = t_1$. Второе приближение иногда бывает полезным при получении данных для первого интервала времени; для последующих обычно достаточно одного приближения.

При опытности работающего указанный путь дает хорошие результаты.

Можно применять также описанный ниже способ.

При сопротивлениях ρ_0, которые подсчитаны для $t = 0$, получают *предварительную кривую* для назначенного момента времени t_1 (рис. 52); обозначим эту кривую на чертеже через $t_{1\,пр}$ (предварительная).

Отметки предварительной кривой записывают в журнал, кривую вычерчивают на графике решения задачи пунктиром.

Средняя депрессионная кривая между $t = 0$ и $t = t_{1\,пр}$ может быть намечена графически и по ней определены необходимые для вычисления сопротивлений средние для данного интервала времени мощности $h_{0-t_{1пр}}$ на середине расстояния между центрами соседних участков (на рис. 52 отмечены крестиками).

Эти мощности могут быть вычислены также по отметкам, записанным в журнале. Например, средняя мощность в сечении $A - 1$ равна среднему арифметическому между мощностью в сечениях A и 1 в начальный $t = 0$ и последующий $t = t_1$ моменты времени. Подсчет сопротивлений производится, как указано выше, по формуле (VII, 9).

Указанный порядок выполнения расчета сохраняется в течение решения всей задачи, т. е. для каждого интервала времени следует получать предварительную кривую или задаваться вероятной кривой, пересчитывать сопротивления для

Таблица 5

Пересчет сопротивлений по ходу решения нелинейной задачи (форма записи)

Дата	№ задачи	Разбивка	№№ участков	№ трубки сопротивления	ρ_0 расч	h_0	$h_0\rho_0$ расч	ρ_0 шк	$h_0\rho_0$ шк	Интервал времени						Примечание
										$0-t_{1\,пр}$				$t_n-t_{(n+1)пр}$		
										$h_{0-t_{1\,пр}}$	ρ_{0-t_1}	. . .	. . .	$h_{t_n-t_{(n+1)пр}}$	$\rho_{t_n-t_{n+1}}$	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
			A—1													
			1—2													
			2—3													
			. .													
			$(n+1)$—$Б$													

Примечания. 1. Для пересчета $\rho_{t_n-t_{(n+1)}}$ используется произведение $h_0\rho_{0\,шк}$, куда входит сопротивление поставленное по шкале с учетом поправки.

2. Пример пересчета дан в задаче № 2 (табл. 24 и 25).

промежуточной мощности и с этими сопротивлениями получать окончательную кривую. При пересчете сопротивлений удобно пользоваться табл. 5.

§ 35. Переход от одной разбивки к другой. Увязка их

Расчет неустановившейся фильтрации во многих случаях целесообразно выполнять при двух или нескольких разбивках профиля.

Разбивка I охватывает часть профиля, что позволяет назначить более детальное его деление на участки, вести решение процесса в более крупных масштабах времени и высот и детально исследовать начальную, бурно развивающуюся стадию фильтрации. Пример двух разбивок профиля дан в задаче № 2 (§ 47).

Когда влияние подпора реки (или другого вида воздействия) на грунтовые воды приблизится к концу той части профиля, которая охвачена I разбивкой, следует перейти ко II разбивке для большей или для всей длины исследуемого профиля, приняв деление на более крупные участки и назначив более мелкий масштаб времени. Порядок действий тот же, что и при I разбивке (см. § 31). Для II разбивки, кроме начальной, подсчитывается по возможности предельная депрессионная кривая.

После установки ρ_0 для II разбивки проверяется устойчивость депрессионной кривой; зафиксированные уровни считаются исходными. Расчет по II разбивке с целью увязки начинаем с предпоследней кривой, полученной при I разбивке.

Допустим, что в конце расчета по I разбивке получены данные для 6 и 12 мес.; нанесем соответствующие кривые на чертеж (рис. 53). Определим графически нужные нам уровни: а) по кривой для 6 мес. определим уровни воды для пьезометров II разбивки (показаны кружками); запишем их в журнал и выставим в пьезометрах секции; б) для промежуточного положения между депрессионными кривыми на 6 и 12 мес. определим уровни воды для сечений II разбивки A—1, 1—2 и т. д. (показаны треугольниками); эти уровни используем для пересчета сопротивлений по формуле (VII, 9). Подсчитав таким образом сопротивления ρ для среднего положения депрессионной кривой для промежуточного момента времени между 6—12 мес. и поставив их на интеграторе, получим данные для 12 мес. в новом масштабе времени по II разбивке. Определенные таким образом уровни отметим на

графике (на рис. 53 показаны крестиками). Совпадение или близкое положение точек и полученной ранее (по I разбивке) депрессионной кривой для 12 мес. покажет правильность хода расчета. Таким образом производится увязка разбивок Пример дан в задаче № 2, § 47.

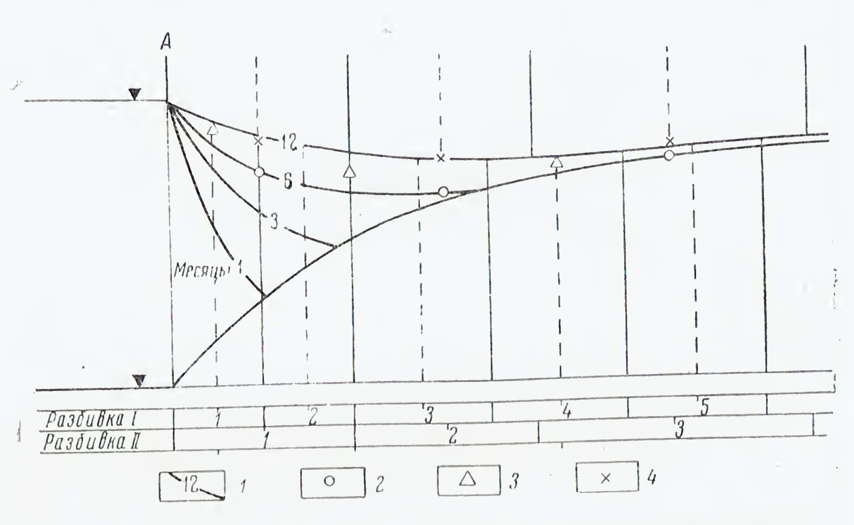


Рис. 53. Увязка I и II разбивок профиля: 1 — депрессионная кривая на 12 месяцев, полученная при расчете по I разбивке; 2 — отметки уровня воды, определяемые графически по данным I разбивки, на 6 месяцев для пьезометров II разбивки; 3 — отметки уровня воды, определяемые графически по данным I разбивки, для промежуточного положения между депрессионными кривыми на 6 и 12 месяцев для сечений A — 1, 1—2 и т. д. по II разбивке; 4 — отметки уровня воды на 12 месяцев, полученные при расчете по II разбивке

Примечание. Черточки ниже шкалы II разбивки соответствуют промежуточным сечениям A — 1, 1—2 и т. д.

§ 36. Обработка результатов. Точность расчетов. Причины погрешностей

После выполнения расчета следует тщательно обработать полученные результаты.

1. Окончательно оформить график развития процесса (см. § 31), или, другими словами, *график депрессионных кривых* фильтрационного потока на различные моменты времени $h_t = f(x)$; этот график наряду с журналом является

основным документом выполненного расчета. За основание графика во многих случаях удобно принять минимальную отметку реки, как это сделано в приложениях I—IV. В основании чертежа следует вычертить примененные разбивки на элементарные участки. Границы участков и линии центров следует прочертить на графике, доводя их до последней кривой, полученной при данной разбивке, как это схематично показано на рис. 53. Более поздние кривые будут пересечены соответствующими линиями последующих разбивок. Такой способ изображения наглядно отражает ход решения задачи.

На том же листе полезно указать:

а) *расчетную схему,* характеризующую область фильтрации, ее геометрические размеры, граничные и начальные условия;

б) заданные гидрогеологические *условия задачи* — расчетные параметры изучаемой области фильтрации и другие условия однозначности (§ 13);

в) *условия проведения расчета* — величины элементов аналогии, принятые на интеграторе, масштабные соотношения и этапы проведения расчета.

2. Составить таблицы, если требуется по характеру задачи (например, отметок уровня воды, величин повышения уровня на различные моменты и др.).

3. Во многих случаях кроме указанного ранее *графика депрессионных кривых* полезно оформить другие графики, которые можно видеть в приложениях I—IV, например:

а) график, характеризующий *величину повышения уровня* грунтовой воды вдоль профиля на различные моменты времени; по горизонтальной оси откладываются расстояния от реки, по вертикальной оси — величина повышения уровня Δh; для каждого момента времени вычерчивается кривая $\Delta h_t = f_1(x)$;

б) график *колебания уровня воды во времени* для различных расстояний от реки; по горизонтальной оси откладывается время, по вертикальной оси — отметки уровня воды; для каждого пьезометра или для более характерных вычерчивается кривая зависимости $h_x = f_2(t)$;

в) график *амплитуд колебания,* характеризующий затухание максимального повышения уровня с удалением от реки; по горизонтальной оси откладываются расстояния от реки, по вертикальной оси — максимальные изменения уровня; построенная кривая характеризует зависимость $\Delta h_{max} = f_3(x)$; около каждой полученной точки целесообразно указать, через сколько времени после начала процесса наступило максимальное изменение уровня.

Характер обработки зависит от характера задачи и требуемого ответа.

Точность расчетов на интеграторе в значительной мере зависит от тщательности работы и от соблюдения требований в отношении чистоты трубок сопротивления и рабочей жидкости.

Для простейших расчетных схем известны аналитические решения. Результаты расчетов по методу гидравлических аналогий сравнивались с аналитическим решением. При очень тщательной работе отклонения составляют доли процента. При обычной работе отклонения составляют 1—2%. Такая точность вполне достаточна для практики; она выше обычной точности исходных расчетных параметров.

Причины погрешностей и пути их исправления могут быть следующие:

1) *неточность отсчетов* по миллиметровке; для уменьшения ее следует принять более крупный масштаб высот;

2) *неточность шкал* трубок сопротивления; чтобы уменьшить ее, следует вводить поправки;

3) *загрязнение воды*, с которым надо бороться;

4) *разбивка на крупные участки*, которую следует избегать.

Следует отдавать себе отчет в величине ошибки. Например, при масштабе высот $m_h = 0{,}20$ *м/см* отклонение уровня в 1 *мм* соответствует 2 *см*; если даже подпор реки небольшой, допустим 5 *м*, то ошибка в 2 *см* составит доли процента.

ГЛАВА VIII

ВОЗМОЖНОСТЬ ОБОБЩЕНИЙ. ТИПЫ ЗАДАЧ

§ 37. О возможности обобщения единичного решения на группу случаев

Результат одного расчета на интеграторе может быть обобщен на группу случаев. Убедимся в этом хотя бы на примере учебной задачи № 2 (§ 47, приложение III), в которой были приняты: $h_1=10$ *м*, $h_2=17$ *м*, $l=5200$ *м*, $k=6{,}5$ *м/сут*, $\mu = 0{,}10$, $\Delta h_1 = 5$ *м*.

Для заданных значений k, h, μ и других условий однозначности, решая задачу № 2, мы рассчитали гидромодель, смонтировали ее на интеграторе, выполнили расчет и получили ряд депрессионных кривых, характеризующих развитие подпора грунтовых вод во времени.

Поставим два вопроса:

1. Соответствует ли наша гидромодель только рассмотренному случаю?

2. Можно ли полученное решение распространить на группу случаев?

Рассмотрим формулу масштаба времени:

$$m_t = \frac{T}{t} = \frac{\mu\,(\Delta x)^2}{kh_{\text{ср}}}\ \textit{сут/мин} \qquad \text{(VIII,1)}$$

и будем последовательно менять некоторые из входящих в нее величин.

I. Величинам k и μ придаем разные значения, сохраняя их отношение [1]:

k *м/сут*	3,25	**6,5**	13
μ	0,05	**0,10**	0,20

[1] Решенная нами задача соответствует значениям k и μ, набранным жирным шрифтом.

Во всех трех случаях отношение $\frac{k}{\mu} = 65$. Для этих случаев: 1) гидромодель та же; 2) масштаб времени тот же; 3) график задачи тот же, т. е. полученное решение справедливо для различных значений k и μ при условии сохранения отношения $\frac{k}{\mu}$, конечно, при прочих одинаковых условиях однозначности.

II. Меняем k, сохраняя неизменными все остальные величины. Результат этого изменения отражен в табл. 6.

Таблица 6

Масштаб времени и длительность процесса в природных условиях при различных коэффициентах фильтрации

Коэффициент фильтрации k *м/сут*	3,25	6,5	13
Масштаб времени m_t *сут/мин*	40	20	10
Длительность процесса на интеграторе t, *мин*	Соответствующая длительность процесса в природных условиях T, *сут*		
1	40	20	10
1,5	60	30	15
3	120	60	30

↑ ↓ получено расчетом ↑

можно распространить

Данные среднего столбца таблицы получены расчетом, они могут быть использованы при других значениях k.

Для рассмотренных случаев: 1) гидромодель та же; 2) масштаб времени изменяется обратно пропорционально коэффициенту фильтрации; 3) график тот же, но с другими значениями $T_{сут}$; им можно пользоваться двумя способами:

а) на кривых указать длительность процесса на интеграторе $t_{мин}$ и вычислять природное время $T_{сут}$ по формуле:

$$T_{сут} = tm_t = t\frac{\mu(\Delta x)^2}{kh\omega\rho} \; сут; \qquad \text{(VIII,2)}$$

б) если же на кривых графика указано природное время $T_{сут}$, соответствующее принятому значению k, то пересчет может быть сделан по формуле

$$T_1 = T\frac{k}{k_1} \; сут, \qquad \text{(VIII,3)}$$

где T_1 — искомое время, соответствующее новому коэффициенту фильтрации k_1.

Возможность обобщения единичного решения, т. е. возможность распространения результатов одного решения на группу случаев, видна из рассмотрения *формулы масштаба времени.*

§ 38. Понятие о подобии явлений

За последние десятилетия развилась весьма важная наука — теория подобия — учение о методах научного обобщения данных единичного решения или опыта. Н. Е. Жуковский весьма плодотворно пользовался теорией подобия при обработке опытов с моделями самолетов в аэродинамической трубе, что позволяло ему переносить результаты опытов на самолеты, подобные моделям.

Явления называются *подобными,* если все элементы одного явления, например время, напор, скорость и т. д., могут быть получены из соответствующих элементов другого явления путем пересчета с помощью простых множителей, значения которых постоянны для каждого элемента. «Подобные явления различаются между собою лишь множителями, имеющими постоянные значения для каждого из элементов, характеризующих явление» [1]. Для разных элементов множители могут быть различными.

Критерий подобия, или инвариант,— безразмерное число, составленное из величин, характеризующих изучаемое явление и входящих в математическую формулировку процесса. Тождественность критериев подобия — *необходимое* условие подобия систем. Доказано, что для подобия двух явлений, описываемых одним и тем же видом дифференциального

[1] А. П. Згежда. Теория подобия и методика расчета гидротехнических моделей. Госстройиздат, Л.—М., 1938.

уравнения, *необходимо* и *достаточно,* чтобы критерии подобия были тождественны и условия однозначности подобны.

При решении задачи на интеграторе мы заменили все величины природного процесса соответствующими им величинами на приборе и приняли определенные множители преобразования, которыми являются:

$$\text{масштаб высот } m_h = \frac{H_{\text{природы}}}{h_{\text{модели}}} \ \text{м/см}, \qquad \text{(III,35)}$$

$$\text{масштаб времени } m_t = \frac{T_{\text{природы}}}{t_{\text{модели}}} = \frac{C \cdot R}{\omega \cdot \rho} =$$

$$= \frac{\mu \cdot (\Delta x)^2}{k \cdot h \cdot \omega \cdot \rho} \text{сут/мин}, \qquad \text{(III.25)}$$

$$\text{масштаб расходов } m_q = \frac{Q_{\text{природы}}}{q_{\text{модели}}} = \frac{\Delta H}{R} : \frac{\Delta h}{\rho} =$$

$$= \frac{\Delta H}{\Delta h} \cdot \frac{\rho}{R} = m_h \frac{\rho}{R} \frac{\text{м}^3/\text{сут}}{\text{см}^3/\text{мин}} \ . \qquad \text{(III,36)}$$

Гидравлическое сопротивление участка профиля R заменили сопротивлением ρ, водоемкость участка профиля C заменили сечением сосуда ω; сопротивления и водоемкости мы уменьшили во столько раз, как это было удобно для решения и как позволяла конструкция прибора. Выбрав нужное нам соотношение, нужный «множитель преобразования», мы его сохраняем для всей нашей области фильтрации.

Начальные и граничные условия задали соответствующими природе. Таким образом, мы осуществили на интеграторе *гидравлическую модель* расчетной схемы изучаемой области— гидрогеологического профиля — и *процесс,* который развивается численно подобно тому, как он развивался бы в природе.

Формула масштаба времени заключает в себе критерий подобия или инвариант. Из формулы (III, 25) следует:

$$t = \frac{khT\omega\rho}{\mu (\Delta x)^2}. \qquad \text{(VIII,4)}$$

Величины ω и ρ являются постоянными расчета, поэтому

$$\frac{t}{\omega\rho} = \frac{khT}{\mu (\Delta x)^2} = \text{inv}. \qquad \text{(VIII,5)}$$

Равенство безразмерных величин $\frac{khT}{\mu(\Delta x)^2}$ для различных систем фильтрации, т. е.

$$\frac{khT}{\mu(\Delta x)^2} = \frac{k_1h_1T_1}{\mu_1(\Delta x_1)^2} = \frac{k_nh_nT_n}{\mu_n(\Delta x_n)^2}, \qquad \text{(VIII,6)}$$

при соответствии условий однозначности обеспечивает подобие этих систем.

Рассмотренные в § 37 случаи являются частными примерами подобных систем.

Теория подобия — мощное средство исследований. До сего времени оно непростительно мало используется в вопросах фильтрации.

§ 39. Типы задач

По методу гидравлических аналогий с помощью гидравлического интегратора можно решать задачи трех типов: прямые, обратные и обобщенные.

В *прямой задаче* заданы все исходные расчетные данные: k, h в начальный момент времени, μ, w; требуется определить изменение уровней воды вдоль профиля в различные моменты времени. Таковы учебные задачи, рассмотренные в приложениях I—V. Все расчетные параметры даны, требуется определить уровни воды, которые меняются под влиянием изменения уровня воды на границе профиля. Порядок решения таких задач ясен из предыдущего.

Решения прямых задач служат для составления прогнозов по конкретным объектам для практических целей.

В *обратной задаче* известно изменение уровней грунтовых вод вдоль профиля под влиянием изменения уровня воды в реке (или, вообще, на границе области фильтрации), а физические характеристики или другие исходные величины известны не все; например, неизвестным является k или две величины: k и h.

В этом случае задачу приходится решать п о д б о р о м, выбирая такие значения k и h — практически такие сопротивления ρ, при которых уровни воды в пьезометрах будут соответствовать уровням воды, наблюденным в природных условиях.

Порядок осуществления расчета на интеграторе тот же, что и в прямой задаче, но решение приходится повторять несколько раз, изменяя сопротивления ρ, т. е. задаваясь различными k и h до совпадения результатов с природными. При

неизвестной величине μ приходится подбирать сечения сосудов ω.

Решение обратных задач очень важно и ценно в тех случаях, когда неизвестны или известны недостаточно точно коэффициенты фильтрации, величины w, μ, а для конкретного объекта требуется дать прогноз. В этом случае важно иметь годовой (или больше) цикл наблюдений за уровнем грунтовых вод и реки. Воспроизведение на интеграторе наблюденных в природе колебаний уровня грунтовых вод позволяет уточнить физические характеристики области фильтрации или их соотношение. Решив обратную задачу, мы уточним расчетные параметры и, таким образом, получим возможность уточнить прогноз при решении прямой задачи.

Обобщенные задачи решаются для группы случаев. При их постановке гидромодель рассчитывается не для конкретных значений параметров, а для их соотношений или для безразмерных величин. Получение обобщенных решений основано на возможности распространения результатов единичного решения на группу случаев с использованием теории подобия, о чем сказано в § 37 и 38.

Решение обобщенных задач важно для получения *общих решений,* на основании которых можно рассчитывать неустановившуюся фильтрацию, не прибегая к интегратору; такие решения могут быть представлены обобщенными графиками или номограммами.

ГЛАВА IX

РАСЧЕТЫ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ И ДВУХМЕРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

§ 40. Фильтрация осесимметричная

В плановом радиальном потоке линии тока в плане направлены к центру в случае откачки или от центра в случае налива (см. рис. 2, 3 и 5). Радиальный поток в случае бассейна грунтовых вод осесимметричен, т. е. симметричен по отношению к оси.

Рассмотрим случай фильтрации к шахте.

Если шахта доходит до водоупора, т. е. является гидравлически совершенной, и если она заложена в бассейне грунтовых вод, то задачу расчета осесимметричной фильтрации во многих случаях можно рассматривать как одномерную.

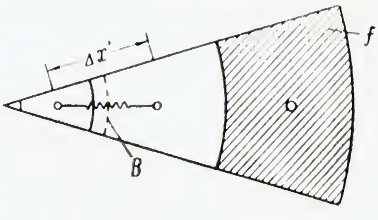


Рис. 54

В *«плоском»* потоке, у которого в плане линии тока параллельны, мы выделяли трубку тока шириной 1 *м* и делили ее на элементарные объемы.

В *радиальном* потоке выделяем сектор и делим его на элементарные объемы (рис. 54). Водоемкости сосредоточены в центрах этих объемов и соединены через гидравлические сопротивления.

Гидромодель рассчитывается по тому же принципу, как и для «плоского» потока, что видно из следующего сопоставления.

В «плоском» потоке	В радиальном потоке

водоемкость

$C = \mu \cdot \Delta x \cdot 1,$ (III,16)	$C = \mu f_k,$ (IX,1)
где произведение $\Delta x \cdot 1$ — площадь участка профиля в пределах трубки тока — $м^2$;	где f_k — площадь части кольца в пределах выделенного сектора — $м^2$;

гидравлическое сопротивление

$R = \frac{\Delta x'}{kh1},$ (III,10)	$R = \frac{\Delta x'}{khB},$ (III,11)
где 1 — ширина потока в пределах трубки тока — $м$;	где B — ширина потока в пределах выделенного сектора на середине расстояния между центрами соседних участков — $м$;

$\Delta x'$ — длина пути фильтрации от центра одного участка до центра соседнего — $м$.

Расчет гидромодели не представляет трудностей и еще более упрощается, если выделять сектор для угла, равного 1 радиану[1]. В этом случае площадь элементарного участка f_k равна:

$$f_k = \frac{R_n^2 - R_{n-1}^2}{2}, \quad \text{(IX,2)}$$

где R_n и R_{n-1} — радиусы разбивки (рис. 55).

[1] Радиан — угол, длина дуги которого равна радиусу. Длина окружности $L = 2\pi R$; $\frac{L}{2\pi} = R$ — дуга, длина которой равна радиусу. В градусах

$$1 \text{ радиан} = \frac{360°}{2\pi} = \frac{360°}{2 \cdot 3{,}14} = 57°17'45'' = 57°{,}29.$$

Площадь круга $f_{кр} = \pi R^2$; площадь сектора f_c для угла, равного радиану:

$$f_c = \frac{\pi R^2}{2\pi} = \frac{R^2}{2}.$$

Площадь секторного участка кольца

$$f_k = \frac{R_n^2 - R_{n-1}^2}{2}.$$

Длина пути фильтрации

$$\Delta x' = r_n - r_{n-1}, \tag{IX,3}$$

где r_n и r_{n-1} — радиусы центров элементарных объемов. Ширина потока B в формуле (III,11 на стр. 122) равна:

$$B = r_{ср} = \frac{r_n - r_{n-1}}{2}. \tag{IX,4}$$

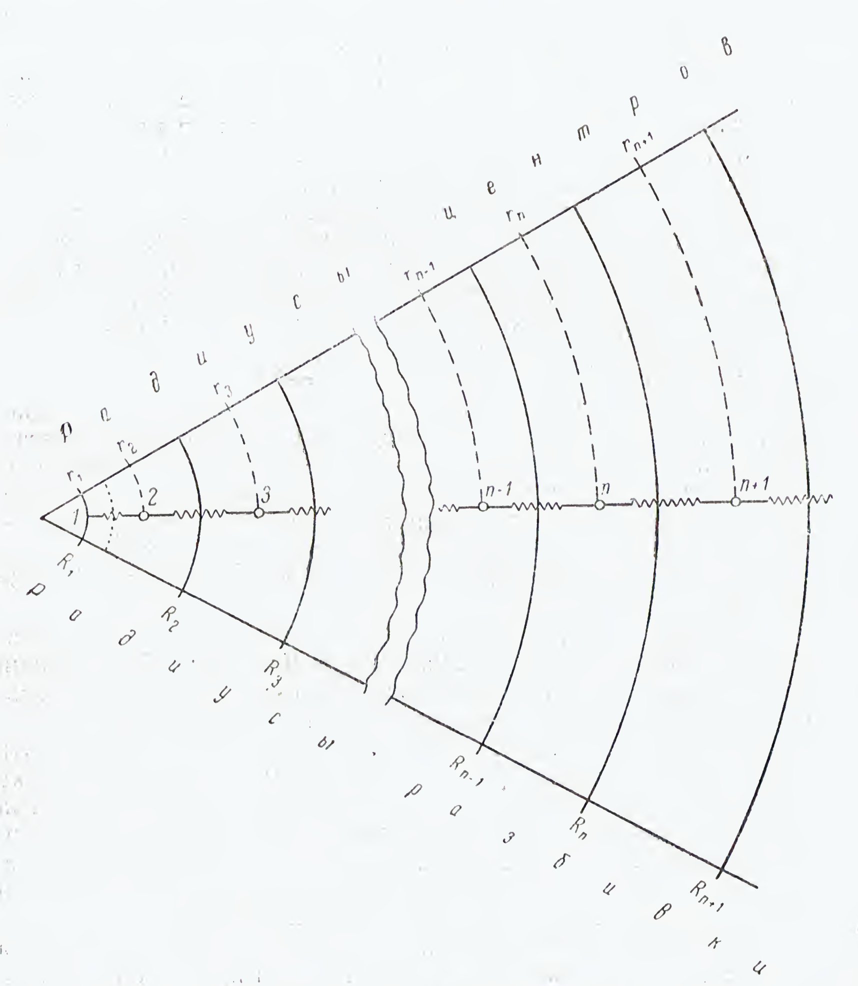


Рис. 55. Схема разбивки для осесимметричной фильтрации

При расчете осесимметричной фильтрации первый участок гидромодели соответствует шахте. Так как перемещение уровня воды в ней происходит в пространстве, не заполненном породой, то величина свободной пористости в пределах 1-го участка $\mu = 1$. Ширина потока B_{1-2} принимается на середине расстояния между стенкой шахты и центром ближайшего участка; на рис. 55 она показана точками.

Масштабные соотношения для времени, высот и расходов подсчитываются обычным способом.

На обеих границах области фильтрации задаются граничные условия II рода. Расход воды при наливе или откачке может быть задан как функция времени или, в частном случае, быть постоянным. Приливание нужного количества воды осуществляется в соответствии с § 29.

Если расчет выполняется для бассейна грунтовых вод, то противоположный шахте край области моделируется по возможности достаточно удаленным с тем расчетом, чтобы влияние откачки не распространилось до края рассматриваемого профиля; гидромодель на интеграторе ограничивается заглушкой, так как в этом случае приток воды через крайнее сечение профиля отсутствует, т. е. $q_e = 0$.

Расчеты по водоотливу требуют дополнительного пояснения. Приливание воды осуществляется на интеграторе легче, чем ее изъятие. Поэтому водоотлив из шахты и откачка из скважины заменяются приливанием воды. Возможность такой замены основана на тождестве законов развития воронки депрессии при откачке и растекании воды при наливе, что известно из курса «Динамики подземных вод» (Каменский, 1935 и 1943).

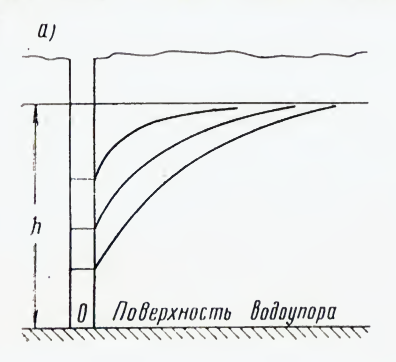
При водоотливе уровень воды в шахте постепенно понижается и развивается воронка депрессии (рис. 56а). Уровни воды отсчитываем от поверхности водоупора, с которой совмещаем начало координат. Перевернем чертеж, водоотлив заменим приливанием воды, а уровни воды будем отсчитывать от точки 0 на водоупоре, которая теперь оказалась наверху (рис. 56б). Постепенное заполнение граничного пьезометра водой и кривые растекания соответствуют постепенному понижению уровня воды в шахте и развитию воронки депрессии. Этот прием можно назвать расчетом «с обращенной системой координат». Он использован в задаче № 4 (§ 49).

Расчет по водоотливу или по откачке, выполненный для определенных параметров, в силу подобия процессов справедлив для ряда случаев. В этом легко убедиться. Задавая гра-

ничное условие II рода, мы пользуемся формулой масштаба расходов:

$$m_q = \frac{Q_{\text{прир}}}{q_{\text{инт}}} = \frac{\Delta H_{\text{прир}}\, \rho}{R \Delta h_{\text{инт}}} = m_h \frac{\rho}{R} \cdot \frac{м^3/сут}{см^3/мин}. \qquad \text{(III,36)}$$

Гидравлическое сопротивление R обратно пропорционально величинам k и h. При изменении одной или каждой из этих величин соответственно изменится масштаб расходов, т. е.



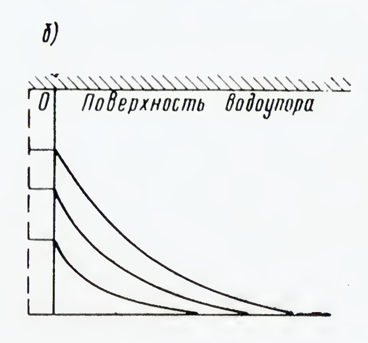


Рис. 56

соотношение между Q — расходом воды в природных условиях, выраженным в $м^3/сут$, и q — расходом на интеграторе, выраженным в $см^3/мин$. Потребуется пересчет расхода Q $м^3/сут$, но ход процесса, полученный на интеграторе, будет справедлив для ряда случаев с иными значениями параметров.

§ 41. Фильтрация двухмерная в плане

Задачи *двухмерные в плане* соответствуют плановой фильтрации в природных условиях; последняя имеет место при наличии двух водотоков или водоемов, сходящихся под углом, при фильтрации в обход сооружений и пр. Эти случаи весьма распространены в практике.

При постановке двухмерных, *плановых задач* исследуемый участок разбивается двумя системами вертикальных взаимно перпендикулярных плоскостей на элементарные объемы Δv:

$$\Delta v = \Delta x\, \Delta y h, \qquad \text{(IX,5)}$$

где Δx и Δy — протяженность по осям x и y,

h — мощность водоносного слоя в центре выделенного объема.

Для каждого элементарного объема подсчитывается водоемкость

$$C = \mu \, \Delta x \, \Delta y \qquad \text{(IX,6)}$$

и гидравлические сопротивления между центрами выделенных объемов (рис. 57):

по направлению оси x

$$R_x = \frac{\Delta x'}{kh\Delta y} \qquad \text{(IX,7)}$$

и по направлению оси y

$$R_y = \frac{\Delta y'}{kh\Delta x}. \qquad \text{(IX,8)}$$

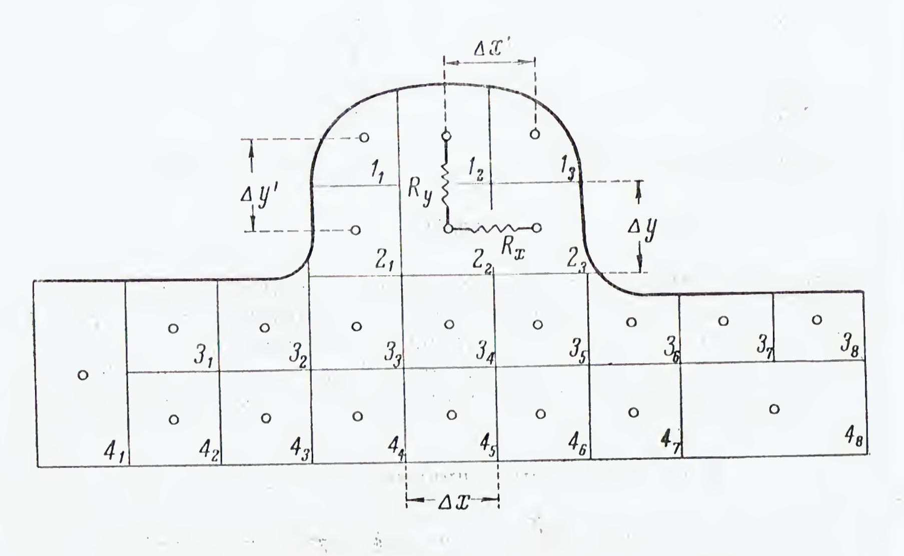


Рис. 57. Схема разбивки на элементарные объемы области двухмерной в плане фильтрации: 1 — водоемкость; 2 — гидравлическое сопротивление

В двух последних выражениях величины $\Delta x'$ и $\Delta y'$ представляют собой длину пути фильтрации — *м*, а Δx и Δy — ширину фильтрующего слоя — *м*.

Для выделенных объемов применяется двойная нумерация, как указано на рис. 57. Крупные цифры соответствуют ряду,

мелкие цифры в индексе соответствуют порядковому номеру объема в ряду.

Гидромодель представляет собой сетку из емкостей и гидравлических сопротивлений (рис. 58). Граничные пьезометры, моделирующие условия на границах области, соединяют-

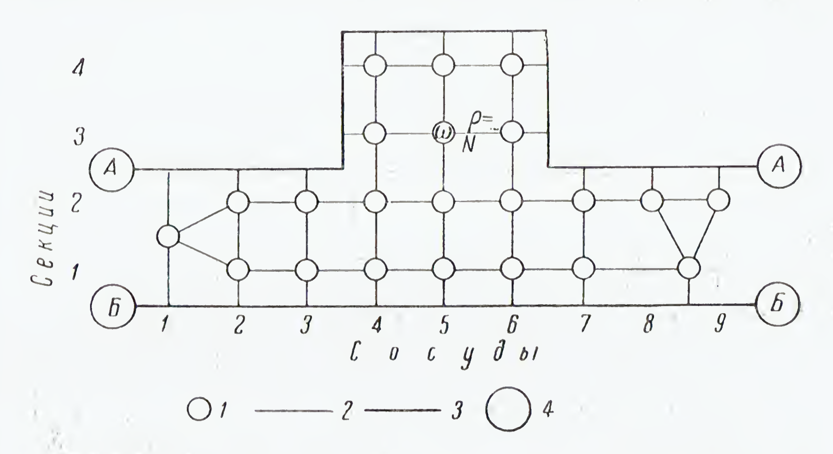


Рис. 58. Схема гидравлической модели для области двухмерной в плане фильтрации: 1 — сосуд емкости; 2 — трубка сопротивления; 3 — коллектор, соединенный с подвижным водосливом; 4 — подвижной водослив установки граничных условий

ся с подвижными водосливами. Изменение граничных условий в процессе задачи осуществляется в соответствии с условиями задачи.

На схеме следует проставить сечения включенных сосудов емкости ω, величину поставленных сопротивлений ρ и номера трубок, записать номера секций и порядковые номера сосудов в секции.

§ 42. Фильтрация двухмерная в разрезе

Фильтрация двухмерная в разрезе имеет место в природных условиях вблизи дренажных и оросительных каналов, вблизи рек с узким или заиленным руслом, при резком различии водопроницаемости пород по вертикали и в других случаях.

Исследуемая область фильтрации разбивается двумя сис-

темами взаимно перпендикулярных вертикальных и горизонтальных плоскостей (рис. 59) на элементарные объемы Δv:

$$\Delta v = \Delta x \Delta z 1, \qquad (IX,9)$$

где Δx и Δz — размеры по направлению осей x и z — *м*,

1 — ширина потока (перпендикулярно плоскости чертежа) — *м*.

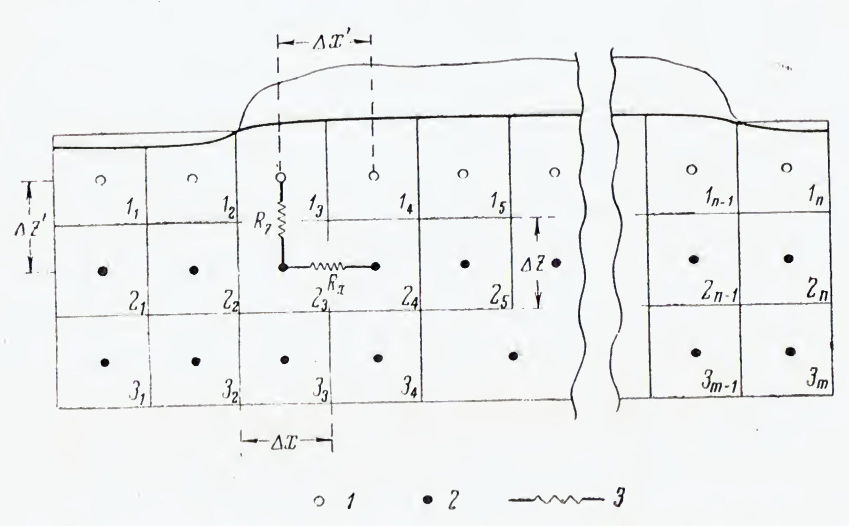


Рис. 59. Схема разбивки на элементарные объемы области двухмерной в разрезе фильтрации: 1 — водоемкость; 2 — водоемкость=0; 3 — гидравлическое сопротивление

Для обозначения выделенных объемов следует применить двойную нумерацию 1_1, 1_2,..., 2_1, 2_2,... Первая крупная цифра обозначает ряд по вертикали, а мелкая цифра, стоящая в индексе,— порядковый номер объема в ряду.

Гидравлические сопротивления по горизонтальному направлению подсчитываются по формуле

$$R_x = \frac{\Delta x'}{k \Delta z 1} \qquad (IX,10)$$

и по вертикальному направлению по формуле

$$R_z = \frac{\Delta z'}{k \Delta x 1}\,. \qquad (IX,11)$$

В двух последних выражениях величины $\Delta x'$ и $\Delta z'$ представляют собой длину пути фильтрации — *м*, а $\Delta z \cdot 1$ и $\Delta x \cdot 1$ — площади фильтрации.

Для верхнего ряда элементарных объемов, в пределах которых происходит перемещение свободной поверхности грунтовых вод, водоемкость подсчитывается по формуле

$$C = \mu \Delta x 1. \qquad \text{(IX,12)}$$

Для остальных объемов $C = 0$, так как они полностью насыщены водой и имеют свободную пористость $\mu = 0$; соответственно на интеграторе включаем только сосуды для верхнего

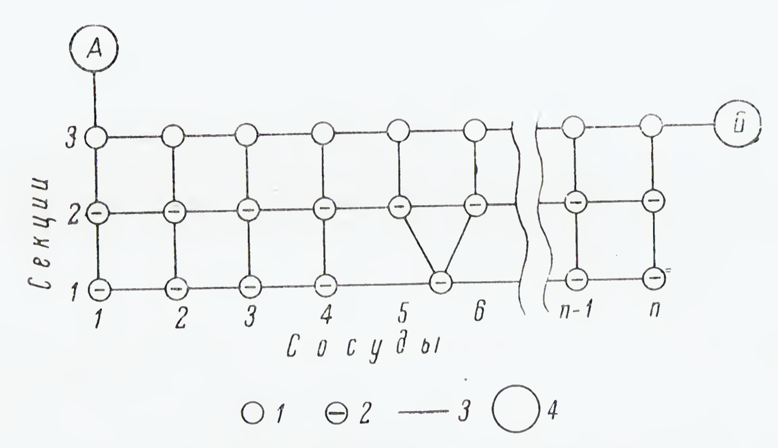


Рис. 60. Схема гидравлической модели для области двухмерной в разрезе фильтрации: 1 — сосуд емкости; 2 — сосуд емкости отключен; 3 — трубка сопротивления; 4 — подвижной водослив установки граничных условий

ряда элементарных объемов, а для остальных объемов $\omega = 0$; в этом случае кран, отключающий сосуды и пьезометр, должен быть закрыт.

Гидравлическая модель представляет собой сетку (рис. 60), соответствующую вертикальной сетке элементарных объемов в природе. Граничные пьезометры, моделирующие условия на границах области, соединяются с подвижными водосливами.

Масштабные соотношения в двухмерных задачах подсчитываются обычным способом.

---

9 Зак. 50

РАЗДЕЛ II

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ ПО МЕТОДУ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ АНАЛОГИЙ

Настоящий раздел содержит описание и документацию практических занятий по методу гидравлических аналогий, которые выполнялись студентами-гидрогеологами IV курса МГУ в течение осеннего и весеннего семестров в период с 1955/56 по 1959/60 учебный год включительно.

Тематика и объем занятий обеспечивают ознакомление с аппаратурой и приемами работ при постановке ряда типовых гидрогеологических задач. Подбор задач позволяет ознакомиться с применением метода гидравлических аналогий с постепенным переходом от более простых к более сложным расчетам — от решения простейших линейных задач (задачи № 1 и № 1а) к нелинейным (задача № 2), далее к расчетам с учетом инфильтрационного питания (задача № 3) и к задачам для радиального потока (задача № 4).

В дальнейшем изложении в каждой задаче дается подробная характеристика *гидрогеологических условий* и требуемого ответа. На основе анализа гидрогеологических условий определяется *расчетная схема* для решения поставленной задачи и выписываются *условия однозначности*. Освещается *ход выполнения расчета* на интеграторе и по каждой учебной задаче приводится *полная документация расчета*. Приведенные описания и документация расчетов наряду с теоретическими данными и методическими указаниями раздела I позволяют в случае необходимости самостоятельно выполнить расчеты и сверить их. Значения коэффициентов фильтрации и свободной пористости во всех задачах приняты чисто условные.

§ 43. Предварительное ознакомление с устройством гидравлического интегратора

Первое ознакомление студентов с интегратором носит предварительный характер. Оно осуществляется на 1-м практическом занятии и включает:

а) объяснение преподавателем конструкции интегратора с демонстрацией основных узлов, их назначения и приемов обращения с ними, а также показ общего характера осуществления процесса расчета на интеграторе и

б) активное ознакомление студентов с прибором и обращение с ним.

Практика показала, что такое предварительное ознакомление с конструкцией интегратора целесообразно проводить отдельно, до решения задач: так быстрее образуются практические навыки работы на приборе.

В дальнейшем при решении задач студент должен освоиться с прибором. Подробное описание последнего дано в главе V. В 1-е занятие входит также работа с трубкой сопротивления.

§ 44. Знакомство с трубкой сопротивления и ее поверочное тарирование

Внешний вид трубки и ее составные части видны на рис. 61; схема устройства изображена на рис. 36. Работая на гидравлическом интеграторе, необходимо ясно представлять себе значение и роль трубки сопротивления, ее устройство, отдавать себе отчет, что́ такое гидравлическое сопротивление трубки, как получаются и что означают цифры шкалы, установленной на трубке.

«Гидравлические сопротивления измеряются теми разностями напоров, которые нужны для осуществления расхода воды, равного единице, т. е. 1 *см*^{3}/*мин*; они измеряются в $\frac{см}{см^3/мин}$, или (сокращая) в *мин*/*см*^{2}» (Инструкция по тарированию трубок сопротивления, 1958.)

Описание трубок сопротивления и работы с ними дано в Инструкции по тарированию трубок сопротивления, составленной лабораторией гидравлических и электрических аналогий ВНИИ транспортного строительства (1958). Здесь дается краткая характеристика их устройства, рассматривается понятие *гидравлическое сопротивление трубки* и способы его

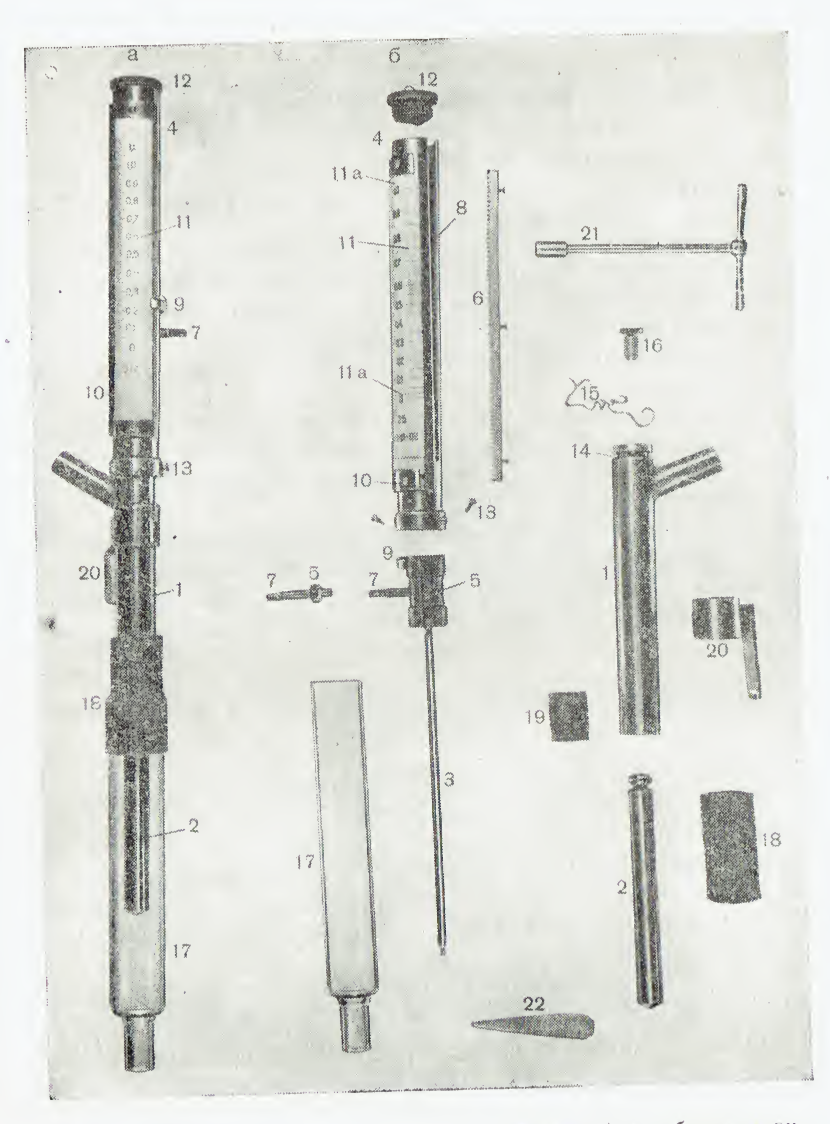


Рис. 61. Трубка гидравлического сопротивления: а) в собранном виде; б) в разобранном виде: 1 — корпус трубки; 2 — плунжер; 3 — шток; 4 — верхний патрубок; 5 — зубчатое колесо кремальеры; 6 — зубчатая рейка; 7 — трехгранная головка кремальеры; 8 — вертикальная прорезь верхнего патрубка; 9 — указатель; 10 — металлическая рамка; 11 — шкала сопротивлений; 11а — установочные линии; 12 — эбонитовая крышечка; 13 — винты; 14 — кольцевая прорезь на корпусе трубки; 15 — нить для сальника; 16 — сальник; 17 — стеклянный «колпачок»; 18 — резиновая трубка; 19 — колечко из тонкой резины; 20 — металлическое кольцо с крючком; 21 — ключ; 22 — латунная «шпилька» (см. также рис. 36)

определения. О назначении трубок сопротивления сказано на стр. 71.

Основные части трубки сопротивления (рис. 61) сделаны из нержавеющей стали. Внутри корпуса трубки (1) может передвигаться цилиндрический плунжер (2), привинченный к штоку (3). В верхнем патрубке (4) помещен установочный механизм — кремальера, состоящая из зубчатого колеса (5) и зубчатой рейки (6).

Гидравлическое сопротивление зависит от длины вдвинутой в корпус части плунжера, т. е. изменяется с длиной тонкой щели, образующейся между плунжером и стенкой корпуса.

Кремальера через шток соединена с плунжером; она имеет трехгранную головку (7), выступающую из вертикальной прорези (8) в верхнем патрубке и снабжена указателем (9). Вращая зубчатое колесо кремальеры с помощью ключа (21), надеваемого на трехгранную головку, можно опускать и поднимать плунжер. Одновременно с движением плунжера передвигается указатель (9), служащий для чтения сопротивления по шкале.

Снаружи к верхней части трубки привинчена металлическая рамка (10), в которую вставляется шкала сопротивлений (11); последняя сверху прикрыта прозрачной пленкой или же сама отпечатана на пленке. Сверху трубка закрывается привинчивающейся эбонитовой крышечкой (12); на ней иногда укреплена изогнутая проволока типа «скрепки», под которой можно поместить полоску бумаги с указанием местоположения трубки (узла гидравлической цепочки).

Верхний патрубок скрепляется с корпусом трубки с помощью трех винтов (13), входящих в кольцевую прорезь (14) корпуса трубки, что позволяет в случае необходимости, несколько смещать их один относительно другого. Верхний патрубок изолируется от воды, проходящей через трубку, с помощью сальника; на шток наматывается узкая полоска мягкой материи или нить фитиля (15); затем она уплотняется и прижимается штуцером (16), который туго завинчивается в корпус трубки.

Различают трубки малого и большого сопротивления. У трубок малого сопротивления плунжер имеет цилиндрическую поверхность. Вода проходит по узкому кольцевому зазору (0,18 *мм*) между плунжером и трубкой. Максимальное сопротивление таких трубок достигает приблизительно 1,0 *мин/см*^{2}. У трубок большого сопротивления вода проходит по узкой канавке (или по двум) на поверхности плунжера.

Максимальное сопротивление таких трубок бывает различным, 8—10 *мин/см²* или более. Наименьшее сопротивление, которым можно пользоваться в трубках малого сопротивления, 0,05 *мин/см²* (по «Инструкции...», 1958 — 0,1 *мин/см²*) и в трубках большого сопротивления — 1 *мин/см²*.

У трубки малого сопротивления плунжер центрирован в его верхней части тремя выступами, немного превышающими диаметр плунжера, и в нижней части — тремя очень маленькими винтиками со сферической поверхностью, которые ввинчены в нижнюю часть трубки и запаяны. Пайка легкоплавкая, при нарушении центрировки винты можно вскрыть, центрировку исправить и винты снова запаять.

Верхние направляющие плунжера должны проходить между установочными винтами. Взаимное расположение верхнего патрубка и корпуса, обеспечивающее это требование, должно быть фиксировано на их стыке вертикальной риской, которая должна быть нанесена на заводе. (При приемке трубок от завода следует убедиться в наличии рисок.)

В случае, если при опускании плунжера его верхние направляющие и нижние установочные винты совпадают или соприкасаются, нужно слегка ослабить винты (13), соединяющие верхний патрубок с корпусом трубки, затем слегка повернуть патрубок относительно трубки и снова завинтить винты.

На нижний конец трубки сопротивления с помощью широкой резиновой трубки (18) надевается стеклянный «колпачок», или коллектор трубки сопротивления (17). Для предохранения «колпачка» от поломки на нижний конец корпуса трубки надевается колечко из тонкой резины (19). На трубку сопротивления надевается кольцо с крючком (20) для установки на планке прибора (10 на рис. 31).

Отсутствие течи через сальник должно быть проверено до работы; узкая полоска фильтровальной бумаги, опущенная в прорезь верхнего патрубка при опущенном плунжере, должна оставаться сухой при наличии напора у сальника.

Трубки сопротивления должны содержаться в тщательной чистоте. Периодически они промываются (по Инструкции ВНИИ транспортного строительства, 1958). При изготовлении деталей трубки на них гравируется ее номер, чтобы не перепутать детали во время разборки. При сборке трубки следует убедиться в однозначности номеров отдельных ее частей.

Гидравлическое сопротивление трубки приблизительно пропорционально длине вдвинутой части плунжера $\rho = f(x)$

(см. рис. 36). При опускании плунжера ниже корпуса трубки сопротивление ее равно нулю; при вдвинутом плунжере на всю его длину сопротивление имеет наибольшее значение для данной трубки. На шкале, прикрепленной к трубке, нанесены сопротивления при разных положениях плунжера.

Трубки при поступлении с завода обычно имеют готовые шкалы, составленные для каждой трубки на основании тарирования. Поэтому с о с т а в л е н и е шкал приходится выполнять редко. Но п р о в е р к а шкал и определение поправок к ним при работе на интеграторе обязательны. В занятие со студентами включено поверочное тарирование трубок малого сопротивления.

До тарирования необходимо убедиться в следующем:

1) в одноименности цифр на деталях трубки,

2) в правильности сборки трубки — центрирующие выступы верхней части плунжера должны проходить в промежутке между центрирующими винтами в нижней части корпуса трубки,

3) в правильности положения шкалы — установочные линии (11а на рис. 61) должны совпадать с рисками на рамке и на трубке [1],

4) в отсутствии течи (см. стр. 134).

Обращаться с трубкой сопротивления следует осторожно; плунжер оберегать от царапин и загрязнения; к поверхности плунжера пальцами не прикасаться, держать его за концы; при навертывании его на шток вращать через лист бумаги, а затем сполоснуть дистиллированной водой.

Тарирование трубок при установившемся движении воды в них можно выполнять двумя способами: 1) по расходу и 2) по эталону.

1. Поверочное тарирование трубки гидравлического сопротивления по расходу (весовым способом)

Если осуществить схему, показанную на рис. 62, расход воды через трубку сопротивления будет равен

$$q = \frac{\Delta h}{\rho}, \tag{1}$$

[1] О значении установочной линии, первоначальном тарировании и составлении шкалы можно найти объяснение в Инструкции ВНИИ транспортного строительства, 1958.

где q — расход — $см^3/мин$; Δh — действующий напор — разность уровней воды в пьезометрах — $см$; ρ — гидравлическое сопротивление трубки — $мин/см^2$.

Определив экспериментально величины q и Δh, получим значение ρ:

$$\rho = \frac{\Delta h}{q} \; мин/см^2. \tag{2}$$

Разность уровней задается при помощи подвижных водосливов. В верхний водослив подается вода из питающего бака в количестве, обеспечивающем некоторый избыток, сли-

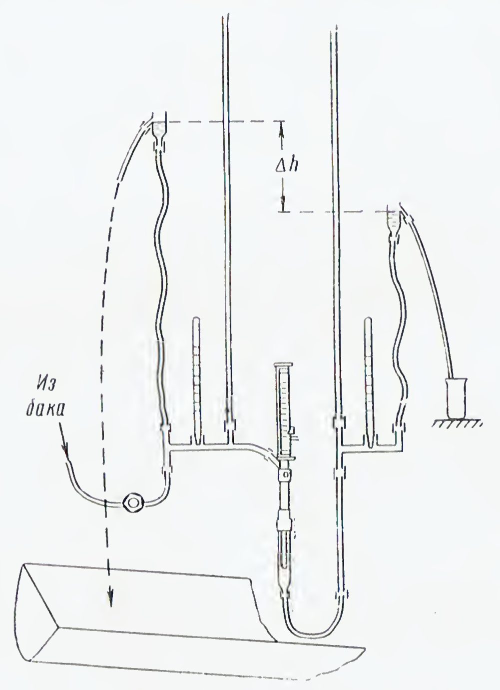


Рис. 62. Схема к тарированию трубки сопротивления по расходу

вающийся через боковой патрубок. В нижний водослив вода поступает, пройдя через тарируемую трубку сопротивления, и сливается через боковой патрубок и резиновый шланг в специальный, насухо вытертый и предварительно взвешенный стакан.

Для удобства тарирования и для обеспечения ламинарности потока через трубку малого сопротивления действующий напор должен быть приблизительно 15 *см* для среднего сопротивления трубки и 3—5 *см* для начала трубки. Следует обращать внимание на то, чтобы вода сливалась в стакан по стенке, не разбрызгиваясь.

Отсчет уровней в пьезометрах следует делать по нижнему светлому мениску с точностью до десятых долей миллиметра, отсчитываемых на глаз. При отсчете уровней глаз наблюдателя должен находиться на высоте мениска. Полезно пользоваться особой «визиркой» (рис. 63). Требование относительно положения глаза относится и к установке сопротивления путем совмещения черточки на указателе (9 на рис. 61) с нужным делением шкалы.



Рис. 63. Визирка (длина приблизительно 15 см)

Если засечь время t, в течение которого в стакан поступала вода, и определить объем Q воды в стакане, то можно вычислить расход

$$q = \frac{Q}{t}. \qquad (3)$$

Объем воды определяется взвешиванием или при помощи бюретки.

Как известно, 1 $см^3$ воды при 4° С весит 1 *г* (по определению). При всякой другой температуре плотность воды меньше, поэтому для определения объема взвешенной воды вводится поправка на плотность

$$Q = P + \frac{\sigma P}{100}, \qquad (4)$$

где Q — объем воды — $см^3$, P — вес воды — *г*, σ — поправка на плотность; σ зависит от температуры воды и берется из табл. 7.

Таблица 7

Поправки на плотность воды

t° С	4	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
σ	0	0,03	0,05	0,08	0,11	0,15	0,18	0,23	0,27	0,32	0,37	0,40

Если вес воды близок к 100 *г*, то величина σ, стоящая в таблице, прибавляется к весу воды. Для промежуточных значений температуры поправка определяется интерполяцией. Величина поправки незначительно влияет на окончательный результат тарирования, поэтому она вводится с округлением. В некоторых лабораториях она не вводится.

Чтобы расход, рассчитанный по формуле (3), привести к расходу при 15°С, необходимо ввести поправку на вязкость γ_{t° (см. табл. 3 на стр. 86, 87)

$$q_{15^\circ} = q_{t^\circ}\gamma_{t^\circ}. \tag{5}$$

Эта поправка более существенна, чем поправка на плотность. Окончательно имеем

$$\rho_{15^\circ} = \frac{\Delta h}{q\gamma_{t^\circ}} = \frac{\Delta h}{q_{15^\circ}} \text{ мин/см}^2. \tag{6}$$

Если в формуле (6) $q_{15^\circ} = 1$ *см³/мин*, то $\rho_{15^\circ} = \Delta h$. Следовательно, гидравлическое сопротивление ρ численно равно той разности уровней, при которой расход через трубку при 15° С равен 1 *см³/мин*.

Передвигая указатель вдоль шкалы трубки сопротивления, меняем длину вдвинутого плунжера и сопротивление трубки. Цифры шкалы показывают величину сопротивления, т. е. ту разность уровней, которая необходима при данном положении плунжера для того, чтобы расход через трубку (при 15° С) был равен 1 *см³/мин*.

Температура воды во время тарирования определяется по термометрам, стоящим перед трубкой и за ней — по пути движения воды. Разность температуры по двум термометрам не должна быть больше 0,3° С; в расчетах используется среднее значение этих показаний.

Тарирование производится 2—3 раза, принимается среднее значение, что повышает точность определения. Тарирование описанным способом одной или нескольких трубок может производиться как на самом интеграторе, так и на специальном стенде — доске тарирования (рис. 64). Форма записи при тарировании по расходу указана в табл. 8.

2. Тарирование трубок сопротивления по эталону

Этим способом, как и предыдущим, можно тарировать одну или несколько трубок.

Если в крайних пьезометрах цепочки сопротивлений (рис. 65) зафиксировать уровни воды и дать установиться

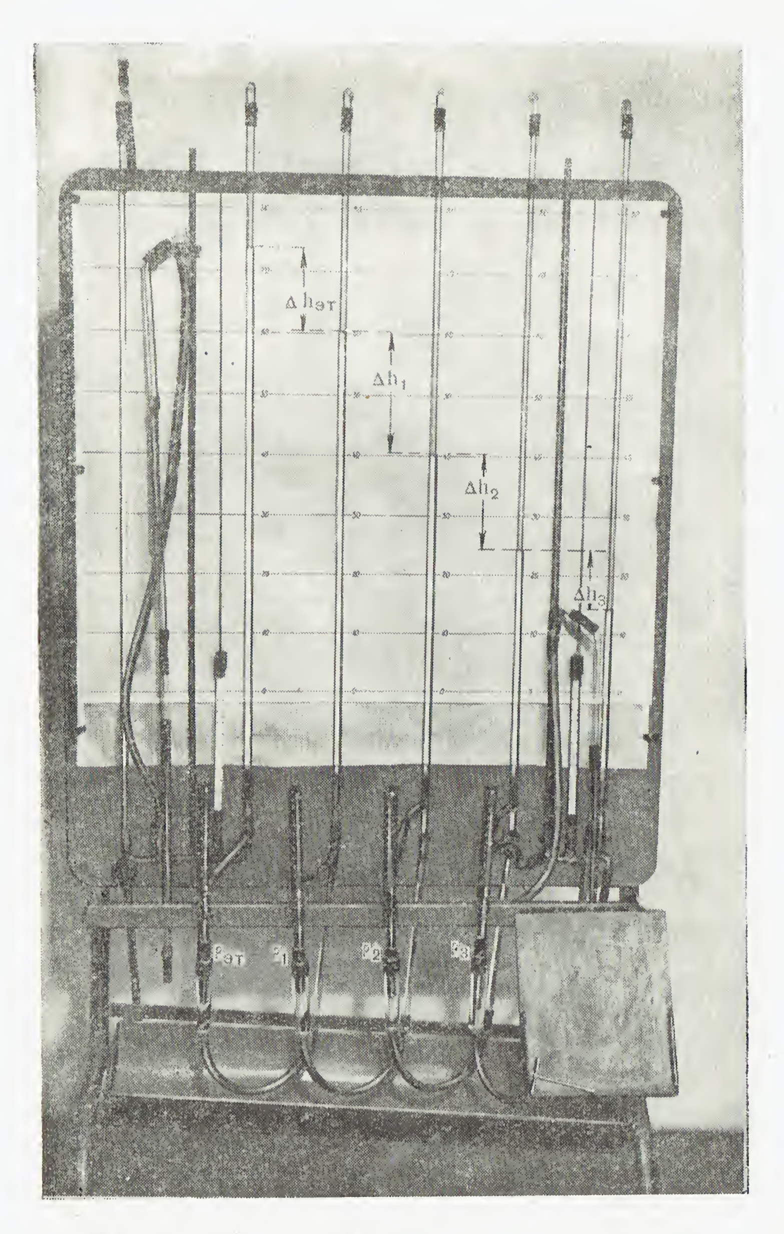


Рис. 64. Доска для тарирования трубок сопротивления

Таблица 8

Проверочное тарирование трубки гидравлического сопротивления по расходу весовым способом (форма записи)

Дата	№ трубки	$\rho_{шк}$	Температура			γ	h_1 *см*	h_2 *см*	Δh, *см*	t, *мин*	Вес пустого стакана, *г*	Вес стакана с раствором, *г*	Чистый вес раствора, *г*	Поправка на плотность	Объем воды Q, *см*^{3}	$q = \frac{Q}{t}$ *см*^{3}/*мин*	$q\gamma$ *см*^{3}/*мин*	$\rho = \frac{\Delta h}{q\gamma}$	$\rho_{ср}$
			на входе	на выходе	средн.														

в остальных пьезометрах, то падение напора Δh на каждом сопротивлении ρ будет пропорционально этому сопротивлению:

$$\frac{\Delta h_0}{\rho_0} = \frac{\Delta h_1}{\rho_1} = \ldots = \frac{\Delta h_k}{\rho_k}, \qquad (7)$$

так как каждое из этих отношений определяет расход воды через соответствующую трубку сопротивления, а в случае установившегося движения расход одинаков для всей цепочки.

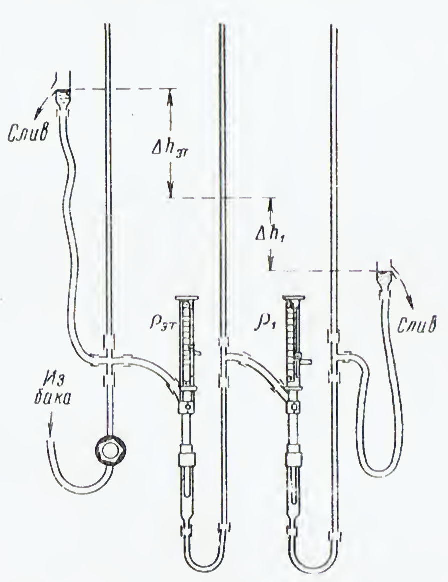


Рис. 65. Схема к тарированию трубки сопротивления по эталону

Если одно из сопротивлений, например $\rho_0 = \rho_{эт}$, известно, то, сняв уровни во всех пьезометрах и подсчитав разность уровней $\Delta h_0 = \Delta h_{эт}$, Δh_1, Δh_2,..., Δh_k, получим, пользуясь соотношением (7):

$$\rho_1 = \rho_{эт}\frac{\Delta h_1}{\Delta h_{эт}}, \quad \rho_2 = \rho_{эт}\frac{\Delta h_2}{\Delta h_{эт}}, \ldots, \rho_k = \rho_{эт}\frac{\Delta h_k}{\Delta h_{эт}}.$$

Эталонная трубка тарируется весовым способом. Форма ведения расчетов и порядок действий приведены в табл. 9. Этот способ более прост, чем тарирование по расходу.

По данным поверочного тарирования составляется поверочный график трубки (рис. 66).

Таблица 9

Тарирование трубок сопротивления по эталону (форма записи)

Дата	№ трубки	$\rho_{шк}$	Температура			$h_{эт}$ *см*	$\Delta h_{эт}$ *см*	$\frac{\rho_{эт}}{\Delta h_{эт}}$	h_1 *см*	Δh_1 *см*	h_2 *см*	$\rho_1 = \frac{\rho_{эт}}{\Delta h_{эт}} \Delta h_1$	$\rho_{ср}$	ЭТАЛОН.
			на входе	на выходе	средн.									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
														Эталонная трубка № . . ; $\rho_{эт}$ = . . $\frac{\rho_{эт}}{\rho_1} = \frac{\Delta h_{эт}}{\Delta h_1}$ $\rho_1 = \frac{\rho_{эт}}{\Delta h_{эт}} \cdot \Delta h_1$

В графу $\rho_{шк}$ записывается проверяемое сопротивление.

Температура записывается для характеристики ее постоянства.

Поправка на вязкость не вводится.

$h_{эт}$ — уровень воды в пьезометре до эталона,
h_1 » » » между эталоном и проверяемой трубкой,
h_2 » » » после проверяемой трубки.

Порядок действий:

1. Дать установиться уровням.
2. Записать уровни воды в графы 7, 10 и 12,
3. Заполнить все остальные графы.
4. Немного изменить высоту одного из водосливов и повторить определение для проверки;

$\Delta h_{эт}$ поддерживать приблизительно 15 *см* (±1—2 *см*)

До начала тарирования тщательно проверить 3 раза сопротивление эталона, тщательно поставив по шкале 0,500. Из трех определений взять среднее и его принять за $\rho_{эт}$.

При тарировании эталона держать $\Delta h_{эт}$, примерно 15 *см*, т. е. того же порядка, что и при дальнейшей работе. Аналогично можно тарировать две и больше трубок.

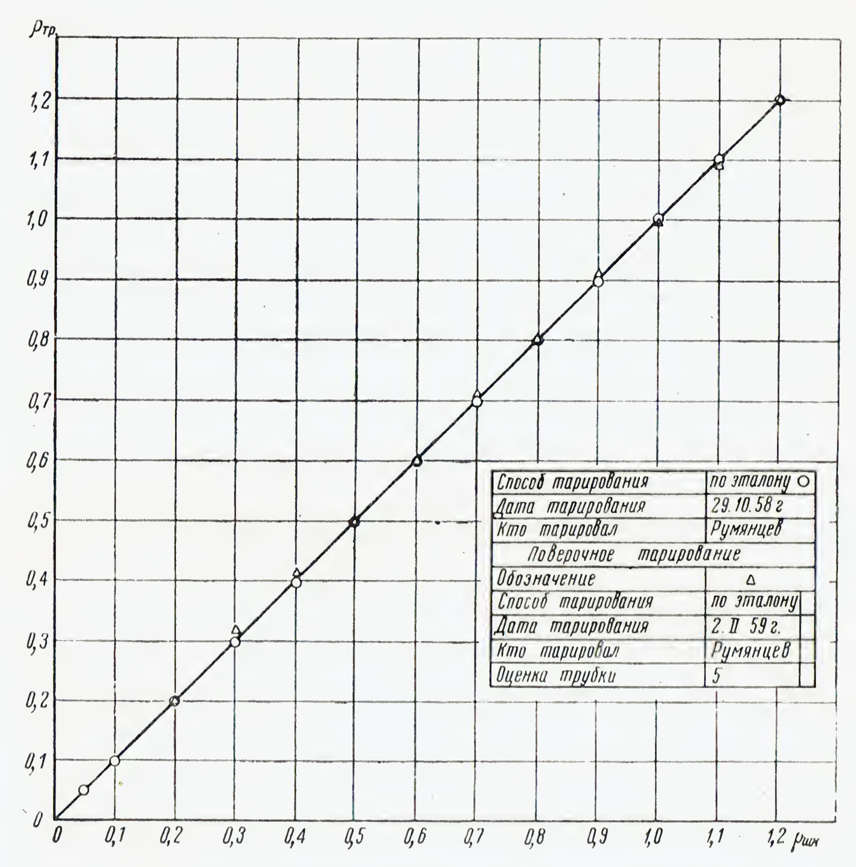


Рис. 66. Образец поверочного графика трубки сопротивления (составляется на миллиметровой бумаге; каждое деление соответствует 2 *см*). Трубка малого сопротивления № 545

§ 45. Учебная задача № 1 (метод гидравлических аналогий). Расчет влияния паводка на поток грунтовых вод (линейная задача)[1]

Гидрогеологические условия

Водоносный горизонт заключен в песчаной однородной толще в междуречном массиве шириной 5200 *м*. Водоупор горизонтален.

[1] См. пояснения о линейных задачах в § 34.

Мощность водоносного горизонта у реки *А* 200 *м*, у реки *Б* 207 *м*. Русла рек на значительном протяжении береговой линии параллельны; ширина рек значительно превышает мощность водоносного горизонта.

Коэффициент фильтрации водоносной толщи $k = 6{,}5$ *м/сут*, свободная пористость $\mu = 0{,}10$.

На поверхности междуречья развиты тяжелые суглинки, исключающие возможность инфильтрации. В реке *А* весной проходит паводок. Уровень воды поднимается в течение 20 суток с отметки 200 *м* до отметки 205 *м* по заданной кривой (см. табл. 10), после чего происходит спад уровня до первоначальной отметки 200 *м* в течение 40 суток. Уровень в реке *Б* остается неизменным.

Учебная задача № 1 Таблица 10

(метод гидравлических аналогий)

Колебания уровня воды в реке *А* в период паводка

Время от начала паводка, *сут*	Относит. отметка уровня воды в реке *А* *h*, *м*	Время от начала паводка, *сут*	Относит. отметка уровня воды в реке *А* *h*, *м*
0	200,00	35	203,90
5	202,85	40	203,38
10	204,10	45	202,76
15	204,68	50	202,05
20	205,00	55	201,07
25	204,73	60	200,00
30	204,34	120	200,00

Требуется:

1. Рассчитать влияние паводка на поток грунтовых вод через каждые 5 суток, считая от начала паводка до 2 месяцев включительно, затем для 4 месяцев.

2. Построить графики:

1) изменения депрессионных кривых грунтовых вод под влиянием паводка реки для сроков: 5, 10, 20, 30, 40, 50 суток; 2 и 4 месяца;

2) повышения уровней (см. стр. 113) и

3) изменения уровней во времени.

Интерпретация гидрогеологических условий

Данная гидрогеологическая характеристика определяет *расчетную схему* и условия однозначности.

Так как реки на значительном протяжении прямолинейны и параллельны, поток «плоский».

Ввиду значительной ширины рек можно не учитывать вертикальную составляющую скорости потока и считать задачу одномерной.

Большая мощность водоносного горизонта и незначительная по сравнению с ней величина подпора обусловливают линейный характер задачи.

Размеры области фильтрации и расчетные параметры:

$$h_1 = 200\ м, \qquad k = 6{,}5\ м/сут,$$
$$h_2 = 207\ м, \qquad \mu = 0{,}10,$$
$$\Delta h_{1\,max} = 5\ м, \qquad w = 0.$$
$$L = 5200\ м,$$

Начальные условия. Поток грунтовых вод в начальный момент времени имеет установившийся характер. Исходная депрессионная линия вследствие весьма значительной мощности водоносного слоя принимается в виде прямой линии, соединяющей реки *А* и *Б* (см. табл. 11).

Граничные условия. В реке *А* проходит паводок высотой 5 *м* (характер его развития указан на стр. 144). В реке *Б* уровень остается без изменения. В обоих случаях имеем граничное условие I рода.

Решение задачи

Задача решалась с одной разбивкой для всей длины профиля L=5200 *м*; были назначены: 2 участка по 200 *м*, 4 участка по 400 *м*, 4 участка по 800 *м*.

Масштаб времени m_t = 10 *сут/мин*.

Масштаб высот m_h = 0,2 *м/см*.

Расчет гидромодели дан в табл. 12.

После осуществления гидромодели на интеграторе было сделано поверочное тарирование суммарного сопротивления гидравлической цепочки — тарирование с отключенными пьезометрами (см. § 32). Вместо расчетной величины $\Sigma\rho_{o\,расч}$= 5,247 получено при тарировании $\Sigma\rho_{o\,тар}$= 5,35

Таблица 11

Учебная задача № 1

(метод гидравлических аналогий)

Отметки исходной депрессионной кривой (сняты с графика)

Пьезометр и сечение	Расстояние от реки x, *м*	Относит. отметка уровня воды h, *м*
А	0	200,00
А—1	50	200,07
1	100	200,15
1—2	200	200,28
2	300	200,41
2—3	450	200,61
3	600	200,81
3—4	800	200,08
4	1000	201,35
4—5	1200	201,62
5	1400	201,89
5—6	1600	202,15
6	1800	202,43
6—7	2100	202,84
7	2400	203,24
7—8	2800	203,78
8	3200	204,31
8—9	3600	204,85
9	4000	205,40
9—10	4400	205,93
10	4800	206,48
10—*Б*	5000	206,74
Б	5200	207,00

(отклонение около 2%). Затем для введения поправок в сопротивления отдельных трубок было сделано тарирование при включенных пьезометрах (см. § 32) [1]. Предварительно были вычислены те отметки уровня воды в пьезометрах, которые соответствуют р а с ч е т н о м у сопротивлению каждой трубки (табл. 13). Вычисленные уровни отмечались черточками около пьезометров. Поправки вводились на основании сравнения расчетных и фактических разностей уровней в пьезометрах (см. стр. 105). После введения поправок сумма сопротивлений при тарировании составила 5,24, что почти совпадает с расчетной величиной [2].

Журнал, в котором приведены условия и результаты выполненного расчета, дан в табл. 14. Там же указаны резуль-

---

[1] Сосуды емкости были отключены.

[2] Приведенные цифры были получены лаборантом при подготовке задачи. От студентов требовалась точность порядка 1—2%.

таты поверочного тарирования и введения поправок (см. «примечания»).

После тарирования и введения поправок включались сосуды емкости и проверялась устойчивость стационарной депрессионной кривой (см. § 33). В данном случае в связи с тщательной отработкой сопротивлений, проверка устойчивости депрессионной кривой дала очень хорошие результаты (табл. 14).

Паводок в реке *А* осуществлялся изменением уровня в пьезометре *А* в соответствии с графиком для барабана, построенным на основании табл. 10.

Время учитывалось по временно́й шкале, установленной на барабане граничных условий, приводимом в движение часовым механизмом.

Поправка на температуру вводилась путем изменения длины маятника часового механизма интегратора (стр. 88—90).

По результатам решения задачи построены графики (приложение I): 1) депрессионных кривых $h_t = f(x)$, 2) колебания уровней во времени $h_x = f_1(t)$, 3) максимального повышения уровня грунтовых вод под влиянием паводка $\Delta h_{\max} = f_2(x)$.

Максимальное повышение уровня грунтовых вод за период паводка реки указано в табл. 15.

Рассмотрение результатов расчета

Расчет задачи № 1 наглядно иллюстрирует распространение влияния паводка реки на грунтовые воды в заданных гидрогеологических условиях.

К моменту максимума паводка, который наступил через 20 дней после его начала и имел высоту 5 *м*, повышение уровня грунтовой воды охватило береговую полосу шириной около 2 *км*. В период спада паводка уровень грунтовой воды в береговой полосе шириной около 1 *км* понижался, а на более удаленных участках в это время продолжалось повышение уровня (см. график IV в приложении I).

На расстоянии около 2 *км* от реки максимальное повышение уровня грунтовой воды, равное 0,62 *м* (табл. 15), произошло через 2 месяца после начала паводка уже в период, когда уровень реки вновь понизился до своей первоначальной отметки (см. график V в приложении I). На расстоянии более 2 *км* от реки уровень грунтовой воды продолжал повышаться и в более поздний период.

Скорость распространения волны паводка по прохождению максимума невелика — порядка 25—30 *м/сут*.

Учебная задача № 1
(метод гидравлических аналогий)

Расчет гидро

$h_1 = 200$ *м*, $h_2 = 207$ *м*, $\Delta h_{1max} = 5$ *м*, $L = 5200$ *м*,

$k = 6{,}5$ *м/сут*, $\mu = 0{,}10$, $w = 0$;

$\omega_1 = 1{,}5$ *см²*, $\rho_{A-1} = 0{,}103$ *мин/см²*;

№ участка	1	2	3
Длина участка Δx, *м*	200	200	400
Общая водоемкость $C = \mu \Delta x 1$, *м²*	20	20	40
Соотношение между C	1	1	2
Площадь поперечного сечения сосуда ω, *см²*	1,5	1,5	3

№№ участков	A—1	1—2	2—3	3—4
Расстояние между центрами соседних участков $\Delta x'$, *м*	100	200	300	400
Средняя мощность водоносного слоя h, *м*	200,07	200,28	200,61	201,08
Проводимость $kh1$, *м³/сут*	1300,45	1301,82	1303,96	1307,02
Общее гидравлическое сопротивление $R = \dfrac{\Delta x'}{kh1}$, *сут/м²*	0,077	0,154	0,231	0,306
Соотношение между R	1	2	3	3,98
$\rho_{0\ расч}$ при 15° С, *мин/см²*	0,103	0,206	0,309	0,410
$\rho_{0\ шк}$[1], *мин/см²*	0,071	0,194	0,318	0,397
№ трубки сопротивления	21	7	10	12

[1] $\rho_{0\ шк}$ получены после введения поправок в сопротивления $\rho_{0\ расч}$ на основании

Таблица 12

модели

$$m_t = \frac{C_1 R_{A-1}}{\omega_1 \rho_{A-1}} = \frac{20 \cdot 0,077}{1,5 \cdot 0,103} = 10 \text{ сут/мин},$$

$$m_t = \frac{\Sigma C \Sigma R}{\Sigma \omega \Sigma \rho} = \frac{520 \cdot 3,933}{39 \cdot 5,25} = 10 \text{ сут/мин},$$

$$m_h = 0,20 \text{ м/см}.$$

4	5	6	7	8	9	10	
400	400	400	800	800	800	800	$\Sigma \Delta x = 5200$ *м*
40	40	40	80	80	80	80	$\Sigma C = 520$ *м*²
2	2	2	4	4	4	4	
3	3	3	6	6	6	6	$\Sigma \omega = 39$ *см*²

4—5	5—6	6—7	7—8	8—9	9—10	10—*Б*	
400	400	600	800	800	800	400	$\Sigma \Delta x' = 5200$ *м*
201,62	202,15	202,84	203,78	204,85	205,93	206,74	
1310,51	1313,95	1318,46	1324,55	1331,50	1338,50	1343,80	
0,305	0,304	0,455	0,604	0,601	0,598	0,298	$\Sigma R = 3,933$ *сут/м*²
3,96	3,95	5,91	7,84	7,81	7,77	3,87	
0,408	0,407	0,608	0,807	0,804	0,800	0,382	$\Sigma \rho_{0\ \text{расч}} = 5,247$ *мин/см*²
0,404	0,397	0,604	0,835	0,754	0,800	0,382	
9	3	8	1	20	16	15	

тарирования.

Таблица 13

Учебная задача № 1

(метод гидравлических аналогий)

Расчет уровней воды в пьезометрах для тарирования цепочки сопротивлений по формуле $h_k = \frac{H}{\sum\limits_{1}^{n+1} \rho} \sum\limits_{1}^{k} \rho$ (VII,3)

№ пьезометра	$\rho_{o\ расч.}$	$\sum\limits_{1}^{k} \rho_{o\ расч.}$	h_k, *см*
А			0
	0,103	0,103	
1			0,98
	0,206	0,309	
2			2,94
	0,309	0,618	
3			5,87
	0,410	1,028	
4			9,79
	0,408	1,436	
5			13,65
	0,407	1,843	
6			17,50
	0,608	2,451	
7			23,30
	0,807	3,258	
8			30,98
	0,804	4,062	
9			38,60
	0,800	4,862	
10			46,20
	0,398	5,260	
Б			50,0

Примечание. Расчет уровней для тарирования и введения поправок описан в § 32.

Учебная задача № 1
(метод гидравлических аналогий)

Журнал выполнения расчета на интеграторе — Таблица 14

(Расчет выполнен 24.X 1957 г.)

$h_1 = 200$ *м*, $h_2 = 207$ *м*, $\Delta h_{1\,max} = 5$ *м*,

$L = 5200$ *м*, $k = 5$ *м/сут*, $\mu = 0{,}10$, $w = 0$;

$\omega_1 = 1{,}5$ *см²*, $\rho_{A-1} = 0{,}103$ *мин/см²*;

$m_t = 10$ *сут/мин*, $m_h = 0{,}2$ *м/см*.

Сосуд и пьезометр	А	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Б
Исходный уровень, *м*	200,0	200,15	200,41	200,81	201,35	201,89	202,43	203,24	204,31	205,40	206,48	207,00
Сечение сосуда ω, *см²*		1,5	1,5	3	3	3	3	6	6	6	6	
№ трубки сопротивления	21	7	10	12	9	3	8	1	20	16	15	
Расчетное сопротивление $\rho_{0\,расч}$, *мин/см²*	0,103	0,206	0,309	0,410	0,408	0,407	0,608	0,807	0,804	0,800	0,382	
Сопротивление, поставленное по шкале, $\rho_{0\,шк}$, *мин/см²*	0,071	0,194	0,318	0,397	0,404	0,397	0,604	0,835	0,754	0,800	0,382	
Проверка устойчивости исходной депрессионной кривой через 10 *мин*	200,00	200,14	200,41	200,81	201,35	201,89	202,43	203,25	204,32	205,40	206,47	207,0

Интервал времени: от	Интервал времени: до	Длительность интервала времени	Уровень воды при развитии подпора: А	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Б
сутки		сутки												
0	5	5	202,85	201,87	201,06	200,91	201,36	201,90	исх.	исх.	исх.	исх.	исх.	исх.
5	10	5	204,10	203,16	202,04	201,25	201,42	201,91	202,44	»	»	»	»	»
10	15	5	204,68	203,88	202,75	201,74	201,60	201,96	202,44	203,26	»	»	»	»
15	20	5	205,00	204,35	203,33	202,20	201,83	202,04	202,48	203,26	204,32	»	»	»
20	25	5	204,73	204,36	203,57	202,60	202,16	202,16	202,53	203,27	204,32	»	»	»
25	30	5	204,34	204,15	203,63	202,83	202,29	202,27	202,58	203,27	204,32	»	»	»
30	35	5	203,90	203,87	203,56	202 95	202,47	202,38	202,65	203,29	204,32	»	»	»
35	40	5	203,38	203,48	203,40	203,31	202,62	202,52	202,73	203,32	204,33	»	»	»
40	45	5	202,76	203,04	203,15	203,02	202,73	202,63	202,80	203,34	204,34	»	»	»
45	50	5	202,05	202,46	202,81	202,93	202,79	202,74	202,89	203,38	204,35	205,41	»	»
50	55	5	201,07	201,66	202,33	202,77	202,80	202,84	202,99	203,42	204,36	205,42	»	»
55	60	5	202,00	200,76	201,72	202,50	202,76	202,88	203,05	203,46	204,38	205,42	»	»
месяцы		месяцы												
2	4	2	200,00	200,22	200,63	201,24	201,86	202,46	202,97	203,63	204,52	205,47	206,50	»

Примечания. 1. $\Sigma\rho_{0\,расч} = 5{,}247$; $\Sigma\rho_{0\,тар} = 5{,}35$; после введения поправок $\Sigma\rho_{0\,тар} = 5{,}24$.

2. Сопротивление ρ_0 оставалось неизменным в течение процесса, так как задача линейная.

Зак. 50. 150—151

Таблица 15

Учебная задача № 1

(метод гидравлических аналогий)

Максимальное повышение уровня грунтовых вод за период паводка реки

№ участка и пьезометра	Расстояние от реки, *м*	Исходный уровень, *м*	Максимальный уровень		Величина максимального повышения уровня, *м*
			время от начала паводка	уровень, *м*	
			сутки		
А	0	200,00	20	205,00	5,00
1	100	200,15	25	204,36	4,21
2	300	200,41	30	203,63	3,22
3	600	200,81	45	203,02	2,21
4	1000	201,35	55	202,80	1,45
			месяцы		
5	1400	201,89	2	202,89	0,99
6	1800	202,43	2	203,05	0,62
7	2400	203,24	4	203,63	0,39
8	3200	204,31	4	204,55	0,24
9	4000	205,40	4	205,52	0,12
10	4800	206,48	4	206,51	0,03
Б	5200	207,0	—	207,00	0,00

§ 46. Учебная задача № 1а (метод гидравлических аналогий). Расчет развития подпора грунтовых вод (линейная задача, мгновенное заполнение водохранилища)

Гидрогеологические условия

данной задачи одинаковы с предыдущей (см. стр. 143, 144); расчетная схема, размеры области фильтрации, расчетные параметры, начальные условия и граничное условие на верховом крае профиля полностью совпадают.

Данная задача отличается лишь характером одного из граничных условий: в реке *А* уровень *мгновенно* повышается с отм. 200 *м* до отм. 205 *м* и далее остается неизменным.

Требуется:

1. Рассчитать развитие подпора грунтовых вод при создании водохранилища.

Учебная задача № 1а
(метод гидравлических аналогий)

Журнал выполнения
(Расчет выпол

$h_1 = 200$ *м*, $h_2 = 207$ *м*, $\Delta h_1 = 5$ *м*, $L = 5200$ *м*, $\kappa = 6,5$ *м/сут*, $\mu = 0,10$, $w = 0$;

Сосуд и пьезометр						
Исходный уровень, *м*						
Сечение сосуда ω, *см*^{2}						
№ трубки сопротивления						
Расчетное сопротивление $\rho_{0\ расч}$, *мин/см*^{2}						
Сопротивление, поставленное по шкале, $\rho_{0\ шк}$, *мин/см*^{2}						
Проверка устойчивости депрессионной кривой через 10 *мин*						

$t°$	γ	Интервал времени: от	Интервал времени: до	Длительность интервала времени	Длительность интервала времени на интеграторе: *сек*	Длительность интервала времени на интеграторе: *сек*·γ
		сутки				
20	0,878	0	5	5	20	17,5
20	0,878	5	10	5	20	17,5
20	0,878	10	30	20	80	70,0
		месяцы				
20	0,878	1	2	1	120	105
$m_t = 60$ *сут/мин*		Сечение сосуда ω, *см*^{2}				(ω уменьшено в 2 раза)
		Сопротивление трубки ρ, *мин/см*^{2}				(ρ уменьшено в 2 раза)
20	0,878	2	6	4	120	105
20	0,878	6	12	6	180	157,6
		годы				
20	0,878	1	3	2	12 *мин*	10 *мин* 32 *сек*

Примечания. 1. $\Sigma\rho_{0\ расч} = 5,247$; $\Sigma\rho_{0\ тар} = 5,335$; после введения поправок
2. Сопротивление ρ_0 оставалось неизменным в течение процесса,

Таблица 16

расчета на интеграторе
нен 25. XI 1957 г.)

$\omega_1 = 1,0$ *см*², $m_t = 15$ *сут/мин*,

$\rho_{A-1} = 0,103$ *мин/см*²; $m_h = 0,20$ *м/см*.

А	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	*Б*
200,00	200,15	200,41	200,81	201,35	201,89	202,43	203,24	204,31	205,40	206,48	207,00
	1	1	2	2	2	2	4	4	4	4	
	21	17	10	12	5	9	4	8	20	16	7
	0,103	0,206	0,309	0,410	0,408	0,407	0,608	0,807	0,804	0,800	0,382
	0,070	0,206	0,309	0,400	0,408	0,417	0,608	0,818	0,795	0,810	0,382
200,00	200,13	200,42	200,82	201,38	201,91	202,45	203,27	204,32	205,41	206,47	207,0
Уровень воды при развитии подпора, *м*											
205,00	204,11	202,45	201,21	201,43	201,91	202,46	исх.	исх.	исх.	исх.	исх.
205,00	204,41	203,19	201,82	201,61	201,96	202,48	203,25	»	»	»	»
205,00	204,69	204,04	203,11	202,49	202,38	202,64	203,30	»	»	»	»
205,00	204,80	204,43	203,83	203,32	203,05	203,07	203,49	204,36	»	»	»
	0,5	0,5	1,0	1,0	1,0	1,0	2,0	2,0	2,0	2,0	
0,035	0,103	0,155	0,200	0,204	0,208	0,304	0,409	0,398	0,405		0,191
205,00	204,93	204,85	204,68	204,47	204,39	204,32	204,46	204,92	205,63	206,52	исх.
205,00	204,98	205,01	204,98	205,00	205,03	205,08	205,22	205,58	206,05	206,66	»
205,00	205,03	205,10	205,22	205,37	205,51	205,68	205,88	206,20	206,50	206,82	»

$\Sigma\rho_{0\ тар} = 5,29$.
так как задача леиейная.

Учебная задача № 1а
(метод гидравлических аномалий)

Уровни и величина повышения

Отметка уровня, *м*								
Пьезометр	*А*	1	2	3	4	5	6	7
Расстояние от реки, *м*	0	100	300	600	1000	1400	1800	2400
Исходный уровень, *м* / Время от начала подпора	200,00	200,15	200,41	200,81	201,35	201,89	201,43	203,24
сутки 5	205,00	204,11	202,45	201,21	201,43	201,91	202,46	203,24
10	205,00	204,41	203,19	201,82	201,61	201,96	202,48	203,25
30	205,00	204,69	204,04	203,11	202,49	202,38	202,64	203,30
месяцы 2	205,00	204,80	204,43	203,83	203,32	203,05	203,07	203,49
6	205,00	204,93	204,85	204,68	204,47	204,39	204,32	204,46
12	205,00	204,98	205,01	204,98	205,0	205,03	205,08	205,22
годы 3	205,00	205,03	205,10	205,22	205,37	205,51	205,68	205,88
Предельный уровень (снято с графика)	205,00	205,03	205,10	205,22	205,37	205,52	205,68	205,92

Расчет выполнить для следующих моментов времени, считая от момента заполнения водохранилища: 5, 10 суток; 1, 2, 6 месяцев, 1 и 3 года.

2. Построить графики: 1) депрессионных кривых при развитии подпора грунтовых вод, 2) повышения уровней, (см. стр. 113), 3) изменения уровней во времени.

3. Определить величину единичного расхода потока грунтовых вод до и после подпора.

Таблица 17

уровня грунтовых вод при развитии подпора

				Величина повышения уровня, *м*											
8	9	10	*Б*	*А*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	*Б*
3200	4000	4800	5200	0	100	300	600	1000	1400	1800	2400	3200	4000	4800	5200
204,31	205,40	206,48	207,0												
»	»	»	»	5,0	3,96	2,04	0,40	0,08	0,02	0,01	—	—	—	—	—
»	»	»	»	5,0	4,26	2,78	1,01	0,26	0,07	0,05	0,01	—	—	—	—
»	»	»	»	5,0	4,54	3,63	2,30	1,14	0,49	0,21	0,06	—	—	—	—
204,36	»	»	»	5,0	4,65	4,02	3,02	1,97	1,16	0,64	0,25	0,05	—	—	—
204,92	205,63	206,52	»	5,0	4,78	4,44	3,87	3,12	2,50	1,89	1,22	0,61	0,23	0,04	—
205,58	206,05	206,66	»	5,0	4,83	4,60	4,17	3,65	3,14	2,65	1,98	1,27	0,65	0,18	—
206,20	206,50	206,82	»	5,0	4,88	4,71	4,42	4,02	3,62	3,25	2,64	1,89	1,10	0,34	—
206,23	206,55	206,85	»	5,0	4,88	4,71	4,42	4,02	3,63	3,25	2,68	1,92	1,15	0,37	—

Решение задачи

Задача решалась с одной разбивкой для всей длины профиля $L = 5200$ *м* с такими же участками, как в задаче № 1, т. е. 2 участка по 200 *м*, 4 участка по 400 *м* и 4 участка по 800 *м*.

Использовалась гидромодель задачи № 1 (табл. 12), лишь сечения сосудов емкости принимались в 1,5 раза меньше ($\omega_1 = 1{,}0$ *см*^{2}).

От 0 до 2 месяцев расчет выполнялся в масштабе времени $m_t = 15$ *сут/мин;* от 2 месяцев до 3 лет $m_t = 60$ *сут/мин.*

Изменение масштаба времени (ускорение процесса на интеграторе в 4 раза) достигнуто путем уменьшения емкости сосудов в 2 раза и уменьшения начального сопротивления в 2 раза.

Масштаб высот $m_h = 0{,}2$ *м/см.*

Время учитывалось по секундомеру. Поправка на температуру вводилась путем умножения интервала времени работы интегратора на коэффициент относительной вязкости воды γ_{t° для данной температуры (см. стр. 88).

Журнал, в котором приведены условия и результаты выполненного расчета, дан в табл. 16.

По результатам решения задачи построены графики (приложение II): 1) депрессионных кривых при развитии подпора грунтовых вод $h_t = f(x)$, 2) повышения уровней $\Delta h_t = f_1(x)$, 3) изменения уровней во времени $h_x = f_2(t)$.

В табл. 17 выписаны отметки уровней и величина их повышения при развитии подпора. Расчет показал, что уровни, весьма близкие к предельному подпору, будут достигнуты через 3 года после создания водохранилища. Питание водохранилища грунтовыми водами восстановится через один год после его заполнения.

Величина единичного расхода грунтовых вод до подпора

$$q_1 = k\,\frac{h_2 + h_1}{2}\cdot\frac{h_2 - h_1}{L} = 6{,}5\,\frac{207 + 200}{2}\cdot\frac{207 - 200}{5200} =$$
$$= 6{,}5\cdot 203{,}5\cdot 0{,}001346 = 1{,}78 \text{ м}^3/\text{сут}$$

и после подпора

$$q_2 = 6{,}5\,\frac{207 + 205}{2}\cdot\frac{207 - 205}{5200} = 6{,}5\cdot 206\cdot 0{,}000385 = 0{,}515 \text{ м}^3/\text{сут}.$$

§ 47. Учебная задача № 2 (метод гидравлических аналогий). Расчет развития подпора грунтовых вод (нелинейная задача, мгновенное заполнение водохранилища)

Гидрогеологические условия

Водоносный горизонт заключен в песчаной однородной толще в междуречном массиве шириной 5200 *м.* Водоупор горизонтален. Мощность водоносного слоя у реки *А* 10 *м,* у реки *Б* 17 *м.*

Русла рек на значительном протяжении береговой линии прямолинейны; ширина их значительно превышает мощность

водоносного слоя. Коэффициент фильтрации песчаной толщи $k = 6{,}5$ *м/сут;* свободная пористость $\mu = 0{,}10$.

На поверхности междуречья развиты тяжелые суглинки, исключающие возможность инфильтрации. На реке *А* создано водохранилище. Высота подпора 5 *м*. Заполнение водохранилища «мгновенное».

Требуется:

1. Рассчитать *развитие* подпора грунтовых вод при создании водохранилища.

Расчет выполнить для следующих моментов времени, считая от момента заполнения водохранилища: 10 суток; 1, 3, 6 месяцев; 1, 2, 3 года; 5, 10, 15, 25 и 50 лет. Предельную кривую подпора рассчитать аналитически.

2. Построить графики: 1) депрессионных кривых при развитии подпора грунтовых вод, 2) повышения уровней (см. стр. 113) и 3) изменения уровней во времени.

3. Определить величину единичного расхода грунтовых вод до и после подпора.

Интерпретация гидрогеологических условий

Данная гидрогеологическая характеристика определяет расчетную схему, соответствующее дифференциальное уравнение и условия однозначности.

Так как реки на значительном протяжении прямолинейны и параллельны — поток «плоский».

Ввиду значительной ширины рек можно не учитывать вертикальной составляющей скорости и считать задачу одномерной.

Величина подпора составляет 50% от мощности потока у реки, что обусловливает нелинейный характер задачи. Инфильтрация отсутствует.

Процесс развития подпора грунтовых вод при данных условиях описывается *дифференциальным уравнением:*

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{k}{\mu} \cdot \frac{\partial}{\partial x}\left(h \frac{\partial h}{\partial x}\right).$$

Размеры области фильтрации и расчетные параметры:

$$h_1 = 10\ м, \qquad k = 6{,}5\ м/сут,$$
$$h_2 = 17\ м, \qquad \mu = 0{,}10,$$
$$\Delta h_1 = 5\ м,$$
$$L = 5200\ м, \qquad w = 0.$$

Начальные условия определяются стационарной депрессионной кривой по уравнению:

$$h = \sqrt{h_1^2 + (h_2^2 - h_1^2)\frac{x}{L}}\,; \qquad (IV,2)$$

расчет исходной депрессионной кривой для I и II разбивок приведен в табл. 18 и 19; там же приведены данные для предельной депрессионной кривой.

Граничные условия: в реке *А* создается подпор величиной $\Delta h_1 = 5$ *м*. Заполнение водохранилища принимается мгновенным. У реки *Б* уровень остается без изменения. В обоих случаях мы имеем граничные условия I рода.

Таблица 18

Учебная задача № 2

(метод гидравлических аналогий)

Разбивка I

Расчет исходной депрессионной кривой

по формуле $h = \sqrt{h_1^2 + (h_2^2 - h_1^2)\frac{x}{L}}$, (IV,2)

$h_1 = 10$ *м*, $h_2 = 17$ *м*, $L = 5200$ *м*

Сечение и пьезометр	Расстояние от реки, *м*	Относит. отметка уровня воды h, *м*
А	0	10,00
А—1	25	10,05
1	50	10,09
1—2	100	10,18
2	150	10,27
2—3	225	10,40
3	300	10,51
3—4	400	10,70
4	500	10,87
4—5	600	11,04
5	700	11,20
5—6	800	11,36
6	900	11,52
6—7	1050	11,76
7	1200	11,98
7—8	1400	12,28
8	1600	12,58
8—9	1800	12,86
9	2000	13,15
9—10	2200	13,42
10	2400	13,69
10—*Б*	2500	13,82
Б	2600	13,95

Учебная задача № 2 (метод гидравлических аналогий)

Разбивка II

Таблица 19

Расчет исходной и предельной депрессионных кривых

по формуле $h = \sqrt{h_1^2 + (h_2^2 - h_1^2)\frac{x}{L}}$, (IV,2)

$h_1 = 10$ *м* (до подпора), $h_1 = 15$ *м* (при подпоре),
$h_2 = 17$ *м*, $L = 5200$ *м*

Сечение и пьезометр	Расстояние от реки, *м*	Относит. отметка уровня воды *h*, *м*	
		$t = 0$	$t = \infty$
А	0	10,0	15,0
А—1	50	10,09	15,02
1	100	10,18	15,05
1—2	200	10,36	15,08
2	300	10,51	15,12
2—3	450	10,78	15,18
3	600	11,04	15,24
3—4	800	11,36	15,32
4	1000	11,67	15,40
4—5	1200	11,98	15,48
5	1400	12,28	15,56
5—6	1600	12,58	15,64
6	1800	12,86	15,72
6—7	2100	13,27	15,84
7	2400	13,69	15,95
7—8	2800	14,20	16,11
8	3200	14,69	16,26
8—9	3600	15,18	16,41
9	4000	15,65	16,56
9—10	4400	16,12	16,71
10	4800	16,55	16,85
10—*Б*	5000	16,77	16,93
Б	5200	17,0	17,00

Решение задачи

Задача решалась с двумя разбивками. I разбивка для половины профиля $l=2600$ *м*: 2 участка по 100 *м*, 4 участка по 200 *м*, 4 участка по 400 *м*.

Расчет гидромодели дан в табл. 20.

Решение по I разбивке проводилось в интервале от 0 до 12 месяцев и было прервано, когда влияние подпора прибли-

Таблица 20

Учебная задача № 2
(метод гидравлических аналогий)
Разбивка I

Расчет гидромодели

$h_1 = 10$ *м*, $k = 6{,}5$ *м/сут*, $\omega_1 = 3{,}5$ *см²*,

$h_2 = 13{,}95$ *м*, $\mu = 0{,}10$, $\rho_{A-1} = 0{,}109$ *мин/см²*;

$\Delta h_1 = 5$ *м*, $w = 0$;

$l = 2600$ *м*,

$$m_t = \frac{C_1 R_{A-1}}{\omega_1 \rho_{A-1}} = \frac{10 \cdot 0{,}765}{3{,}5 \cdot 0{,}109} = 20 \text{ сут/мин},$$

$$m_t = \frac{\Sigma C \Sigma R}{\Sigma\omega \Sigma\rho} = \frac{260 \cdot 33{,}392}{91 \cdot 4{,}77} = 20 \text{ сут/мин},$$

$$m_h = 0{,}2 \text{ м/см}.$$

№ участка	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
Длина участка Δx, *м*	100	100	200	200	200	200	400	400	400	400		$\Sigma\Delta x = 2600$
Общая водоемкость $C = \mu\Delta x\,1$, *м²*	10	10	20	20	20	20	40	40	40	40		$\Sigma C = 260$
Соотношение между C	1	1	2	2	2	2	4	4	4	4		
Площадь поперечного сечения сосуда ω, *см²*	3,5	3,5	7,0	7,0	7,0	7,0	14,0	14,0	14,0	14,0		$\Sigma\omega = 91$
№№ участков	*А*—1	1—2	2—3	3—4	4—5	5—6	6—7	7—8	8—9	9—10	10—*Б*	
Расстояние между центрами соседних участков $\Delta x'$, *м*	50	100	150	200	200	200	300	400	400	400	200	$\Sigma\Delta x' = 2600$
Средняя мощность водоносного слоя h, *м*	10,05	10,18	10,40	10,70	11,04	11,36	11,76	12,28	12,86	13,42	13,82	
Проводимость $kh1$, *м³/сут*	65,325	66,17	67,60	69,55	71,76	73,84	76,44	79,82	83,59	87,23	89,83	
Общее гидравлическое сопротивление $R = \frac{\Delta x'}{kh1}$, *сут/м²*	0,765	1,511	2,219	2,876	2,783	2,709	3,924	5,011	4,782	4,586	2,226	$\Sigma R = 33{,}392$
Соотношение между R	1	1,975	2,901	3,761	3,650	3,541	5,130	6,550	6,251	5,995	2,910	
$\rho_{0\,расч}$ при 15°С, *мин/см²*	0,109	0,217	0,317	0,409	0,399	0,388	0,561	0,716	0,683	0,655	0,318	$\Sigma\rho_0 = 4{,}772$
$\rho_{0\,шк}$, *мин/см²*	0,106	0,200	0,313	0,389	0,379	0,443	0,552	0,716	0,662	0,620	0,317	
№ трубки сопротивления	60	37	67	78	44	7	59	130	17	48	68	

зилось к середине междуречья (см. депрессионные кривые в приложении III).

От 0 до 6 мес. был принят масштаб времени $m_t = 20$ *сут/мин*, от 6 до 12 мес. $m_t = 140$ *сут/мин*.

Изменение масштаба времени достигнуто путем уменьшения емкости сосудов в 7 раз.

Журнал, в котором отражены условия и результаты выполненного расчета по I разбивке, дан в табл. 22.

В интервале от 1 года до 50 лет решение задачи проводилось по II разбивке для всей длины профиля $L = 5200$ *м;* были приняты: 2 участка по 200 *м*, 4 участка по 400 *м*, 4 участка по 800 *м*.

Расчет гидромодели дан в табл. 21.

От 1 года до 5 лет $m_t = 365$ *сут/мин* = 1 *год/мин*, от 5 до 50 лет $m_t = 730$ *сут/мин* = 2 *года/мин*.

Изменение масштаба времени достигнуто путем уменьшения сечения сосудов емкости в 2 раза.

Журнал выполнения расчета по II разбивке приведен в табл. 23.

Масштаб высот для обеих разбивок $m_h = 0{,}20$ *м/см*.

Время отсчитывалось по секундомеру. Поправка на температуру (когда последняя была выше 15° С) вводилась путем умножения расчетного интервала времени работы интегратора на коэффициент относительной вязкости воды для данной температуры $\gamma_{t°}$ (см. стр. 85).

Задача решалась как нелинейная, т. е. учитывалось изменение мощности фильтрующей толщи при развитии процесса в природе путем соответствующего изменения сопротивления ρ трубок на интеграторе, о чем подробно сказано в § 34. Необходимая величина изменения ρ подсчитывалась для последовательных интервалов времени со сравнительно небольшими изменениями депрессионной кривой.

Как видно по журналу выполнения расчета (табл. 22 и 23) и по табл. 24 и 25, пересчет и изменение сопротивлений были сделаны для следующих интервалов времени:

в I разбивке: 0—10 сут; 10 сут.—1 мес.; 1—6 мес.; 6 мес.— 1 год;

во II разбивке: 6 мес — 1 год; 1—2 года; 2—5 лет; 5—10 лет и 10 лет — ∞, т. е. до предельной стадии подпора.

Изменение мощности фильтрующей толщи и соответствующих сопротивлений за каждый из перечисленных интервалов времени было невелико (см. указанные выше таблицы и приложение III).[1]

[1] Продолжение текста см. на стр. 170.

Учебная задача № 2
(метод гидравлических аналогий)
Разбивка II

Таблица 21

Расчет гидромодели

$h_1 = 10$ *м*, $k = 6{,}5$ *м/сут*, $\omega_1 = 1$ *см*^{2},
$h_2 = 17$ *м*, $\mu = 0{,}10$, $\rho_{A-1} = 0{,}084$ *мин/см*^{2};
$\Delta h_1 = 5$ *м*, $w = 0$;
$L = 5200$ *м*,

$$m_t = \frac{C_1 R_{A-1}}{\omega_1 \rho_{A-1}} = \frac{20 \cdot 1{,}524}{1 \cdot 0{,}084} = 365 \text{ сут/мин} = 1 \text{ год/мин},$$

$$m_t = \frac{\Sigma C \; \Sigma R}{\Sigma \omega \; \Sigma \rho} = \frac{520 \cdot 59.256}{26 \cdot 3{,}267} = 365 \text{ сут/мин} = 1 \text{ год/мин},$$

$$m_h = 0{,}2 \text{ м/см}.$$

№ участка	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Длина участка Δx, *м*	200	200	400	400	400	400	800	800	800	800	$\Sigma\Delta x = 5200$
Общая водоемкость $C = \mu \Delta x 1$, *м*^{2}	20	20	40	40	40	40	80	80	80	80	$\Sigma C = 520$
Соотношение между C	1	1	2	2	2	2	4	4	4	4	
Площадь поперечного сечения сосуда ω, *см*^{2}	1	1	2	2	2	2	4	4	4	4	$\Sigma\omega = 26$

№№ участков	*А*—1	1—2	2—3	3—4	4—5	5—6	6—7	7—8	8—9	9—10	10—*Б*	
Расстояние между центрами соседних участков $\Delta x'$, *м*	100	200	300	400	400	400	600	800	800	800	400	$\Sigma\Delta x' = 5200$

Средняя мощность водоносного слоя h, *м*	10,09	10,36	10,78	11,36	11,97	12,57	13,27	14,20	15,18	16,12	16,77	
Проводимость $kh1$, $м^3/сут$	65,59	67,34	70,07	73,84	77,81	81,71	86,26	92,30	98,67	104,78	109,01	
Общее гидравлическое сопротивление $R = \frac{\Delta x'}{kh1}$, *сут/мин*	1,524	2,97	4,28	5,42	5,14	4,89	6,96	8,67	8,10	7,64	3,67	$\Sigma R = 59{,}256$
Соотношение между R	1	1,95	2,81	3,56	3,37	3,21	4,57	5,69	5,31	5,01	2,41	
$\rho_{0\ расч}$ при 15° С, *мин/см²*	0,084	0,164	0,236	0,299	0,283	0,270	0,384	0,478	0,446	0,421	0,202	$\Sigma\rho_0 = 3{,}267$
$\rho_{0\ шк}$, *мин/см²*	0,081	0,152	0,244	0 269	0,258	0,266	0,358	0,462	0,421	0,392	0,210	
№ трубки сопротивления	60	37	67	78	44	7	59	130	17	48	68	

Учебная задача № 2
(метод гидравлических аналогий)
Разбивка I

Журнал выполнения

$h_1 = 10$ *м*, $h_2 = 13{,}95$ *м*, $\Delta h_1 = 5$ *м*, $l = 2600$ *м*, $\kappa = 6{,}5$ *м/сут*, $\mu = 0{,}10$, $w = 0$;

Сосуд и пьезометр	
Исходный уровень, *м*	
Сечение сосуда ω, *см*^{2}	
№ трубки сопротивления	
Расчетное сопротивление $\rho_{0\ \text{расч}}$, *мин/см*^{2}	
Сопротивление, поставленное по шкале $\rho_{0\ \text{шк}}$, *мин/см*^{2}	
Проверка устойчивости исходной депрессионной кривой через 10 *мин*	

Температура	γ	Интервал времени: от	Интервал времени: до	Длительность интервала времени	Длительность интервала на интеграторе: *сек*	Длительность интервала на интеграторе: *сек*·γ	На какой момент времени поставлено ρ
18°	0,925	0	сутки 10 пр.	10	30	27,7	0
							сутки 0—10 пр.
		0	**10**	10	30	27,7	»
17°,5	0,937	10	30 пр.	20	60	56,2	»
							10—30 пр.
18°	0,925	10	**30**	20	60	55,5	»
		1	месяцы 6 пр.	5	7′30″	6′56″	»
							месяцы 1—6 пр.
		1	**3**	2	3′	2′47″	»
		3	**6**	3	4′30″	4′10″	»
$m_t = 140$ *сут/мин*		Сечение сосуда ω, *см*^{2}					(ω уменьшено в 7 раз)
		6	12 пр.	6	1′17″	1′11″	1—6 пр.
							6—12 пр.
		6	**12**	6	1′17″	1′11″	6—12 пр.

Примечание. $\Sigma\rho_{0\ \text{расч}} = 4{,}772$; $\Sigma\rho_{0\ \text{тар}} = 4{,}853$; после введения поправок

Таблица 22

расчета на интеграторе

$\omega_1 = 3{,}5$ *см²*, $m_t = 20$ *сут/мин*,

$\rho_{A-1} = 0{,}109$ *мин/см²*; $m_h = 0{,}2$ *м/см*.

А	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Б
10,0	10,09	10,27	10,51	10,87	11,20	11,52	11,98	12,58	13,15	13,69	13,95
	3,5	3,5	7	7	7	7	14	14	14	14	
	60	37	67	78	44	7	59	130	17	48	68
	0,109	0,217	0,317	0,409	0,399	0,388	0,561	0,716	0,683	0,655	0,318
	0,106	0,200	0,313	0,389	0,379	0,443	0,552	0,716	0,662	0,620	0,317
10,0	10,09	10,28	10,53	10,88	11,20	11,53	11,99	12,58	13,15	13,69	13,95
Уровень воды при развитии подпора, *м*											
15,0	12,95	11,07	10,56	исх.	исх.	исх.	исх.	исх.	исх.	исх.	исх.
	0,089	0,183	0,307								
15,0	**13,10**	**11,16**	**10,57**	»	»	»	»	»	»	»	»
15,0	14,12	12,56	11,13	10,94	»	»	»	»	»	»	»
	0,074	0,160	0,287	0,383							
15,0	**14,20**	**12,76**	**11,18**	**10,95**	**11,21**	»	»	»	»	»	»
15,0	14,72	14,18	13,30	12,43	11,98	11,88	12,07	»	»	»	»
	0,072	0,146	0,253	0,347	0,350	0,368	0,546	0,715			
15,0	**14,58**	**13,80**	**12,63**	**11,70**	**11,46**	**11,58**	**11,99**	»	»	»	»
15,0	**14,71**	**14,21**	**13,40**	**12,54**	**12,06**	**11,93**	**12,08**	**12,60**	»	»	»
	0,5	0,5	1	1	1	1	2	2	2	2	
15,0	14,77	14,48	13,93	13,25	12,77	12,52	12,40	12,70	13,18	исх.	исх.
	0,072	0,140	0,233	0,314	0,331	0,348	0,531	0,707	0,659		
15,0	**14,77**	**14,48**	**13,96**	**13,31**	**12,83**	**12,60**	**12,43**	**12,72**	**13,18**	»	»

$\Sigma\rho_{0\ тар} = 4{,}80$.

Учебная задача № 2
(метод гидравлических аналогий)
Разбивка II

Журнал выполнения
(Расчет выполнен

$h_1 = 10$ *м*, $\Delta h_1 = 5$ *м*, $k = 6.5$ *м/сут*, $w = 0$;
$h_2 = 17$ *м*, $L = 5200$ *м*, $\mu = 0{,}10$,

Сосуд и пьезометр

Исходный уровень, *м*

Сечение сосуда ω, *см*²

№ трубки сопротивления

Расчетное сопротивление $\rho_{0\ расч}$, *мин/см*²

Сопротивление, поставленное по шкале, $\rho_{0\ шк}$, *мин/см*²

Проверка устойчивости исходной депрессионной кривой через 10 *мин*

Уровни для $t = 6$ мес., снятые с графика I разбивки

$t°$	γ	Интервал времени от	Интервал времени до	Длительность интервала времени	Длительность интервала на интеграторе, *сек*	Длительность интервала на интеграторе, *сек·γ*	На какой момент времени поставлено ρ
							месяцы 6—12$_{пр.}$
17,75	0,931	месяцы 6	**12**	месяцы 6	30	27,9	»
17,50	0,937	годы 1	2$_{пр.}$	годы 1	60	56,2	»
							годы 1—2$_{пр.}$
17,50	0,937	**1**	**2**	1	60	56,2	»
17,0	0,950	2	5$_{пр.}$	3	180	2′51″	»
							2—5$_{пр.}$
17,5	0,937	2	**3**	1	60	56,2	»
17,5	0,937	3	**5**	2	120	112,4	»
m_t=730 *сут/мин*=2 *года/мин*. Сечение сосуда ω, *см*² (ω уменьшено в 2 раза)							
18,5	0,914	5	10$_{пр.}$	5	2′30″	2′17″	2—5$_{пр.}$
							5—10$_{пр.}$
18,5	0,914	5	**10**	5	2′30″	2′17″	»
Предельная кривая подпора (расчетная—см. табл. 19)							
							10—∞
18,75	0,909	10	**15**	5	2′30″	2′16″	»
18,75	0,909	15	**25**	10	5′	4′33″	»
19,0	0,903	25	**50**	25	12′30″	11′19″	»

П р и м е ч а н и я. 1. $\Sigma\rho_{0\ расч} = 3{,}267$; $\Sigma\rho_{0\ тар} = 3{,}435$; после введения поправок
2. Уровни для $t = 12$ мес. получены для увязки с I разбивкой.
3. Уровни для предельной кривой подпора использованы для

расчета на интеграторе
17. IX 1957 г.)

Таблица 23

$\omega_1 = 1$ *см²*, $\rho_{A-1} = 0{,}084$ *мин/см²*; $m_t = 365$ *сут/мин* = 1 *год/мин*, $m_h = 0{,}2$ *м/см*.

А	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Б
10,0	10,18	10,53	11,04	11,67	12,28	12,86	13,69	14,69	15,65	16,55	17,0
	1	1	2	2	2	2	4	4	4	4	
60	37	67	78	44	7	59	130	17	48	68	
0,034	0,161	0,236	0,299	0,283	0,270	0,384	0,478	0,446	0,421	0,202	
0,081	0,152	0,244	0,269	0,268	0,266	0,368	0,462	0,421	0,392	0,210	
10,0	10,18	10,53	11,05	11,68	12,27	12,86	13,66	14,68	15,63	16,63	17,0
15,0	14.47	13,40	12,25	11,95	12,30	исх.	исх.	исх.	исх.	исх.	исх.

Уровень воды при развитии подпора *м*

А	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Б
0,055	0,122	0,201	0,248	0,262	0,264						
15,0	**14,61**	**13,98**	**13,05**	**12,47**	**12,54**	**12,94**	исх.	исх.	исх.	исх.	исх.
15,0	14,74	14,39	13,80	13,28	13,11	13,28	13,79	»	»	»	»
0.055	0,109	0,191	0,232	0,245	0,258	0,363					
15,0	**14,74**	**14,39**	**13,82**	**13,32**	**13,13**	**13,28**	**13,79**	**14,70**	»	»	»
15,0	14,84	14,75	14,52	14,28	14,16	14,15	14,37	14,96	15,73	»	»
0,055	0,107	0,183	0,218	0,234	0,244	0,352	0,453	0,420			
15,0	**14,81**	**14,59**	**14,19**	**13,80**	**13,62**	**13,66**	**13,96**	**14,76**	**15,66**	»	»
15,0	**14,88**	**14,76**	**14,52**	**14,32**	**14,20**	**14,18**	**14,38**	**14,98**	**15,74**	»	»
	0,5	0,5	1	1	1	1	2	2	2	2	
15,0	14,9	14,93	14,90	14,82	14,84	14,90	15,07	15,48	16,0	16,65	»
0,054	0,105	0,178	0,208	0,220	0,229	0,333	0,438	0,414	0,388	0,200	
15,0	**14,96**	**14,94**	**14,90**	**14,83**	**14,86**	**14,92**	**15, 08**	**15,48**	**16,01**	**16,65**	»
15,0	15,05	15,12	15,24	15,40	15,56	15,72	15,95	16,26	16,56	16,85	
0,054	0,105	0,175	0,202	0,212	0,219	0,317	0,416	0,398	0,382	0,208	
15,0	**14,99**	**15,00**	**15,02**	**15,06**	**15,12**	**15,22**	**15,43**	**15,78**	**16,21**	**16,72**	»
15,0	**15,02**	**15,07**	**15,14**	**15,26**	**15,39**	**15,52**	**15,74**	**16,08**	**16,42**	**16,79**	»
15,0	**15,04**	**15,12**	**15,20**	**15,37**	**15,52**	**15,66**	**15,92**	**16,22**	**16,52**	**16,83**	»

$\Sigma\rho_{отар} = 3{,}305$.

пересчета $\rho_{10\ лет - \infty}$.

Учебная задача № 2
(метод гидравлических аналогий)
Разбивка I

Таблица 24

Пересчет сопротивлений по ходу расчета по формуле $\rho_t = \frac{h_0 \rho_{0\ шк}}{h_t}$

№№ участков	№ трубки сопротивления	$\rho_{0\ расч}$	$\rho_{0\ шк}$	h_0	$h_0\ \rho_{0\ шк}$	Сутки: 0—10 предвар.		Сутки: 10—30 предвар.		Месяцы: 1—6 предвар.		Месяцы: 6—12 предвар.	
						h_t	ρ_t	h_t	ρ_t	h_t	ρ_t	h_t	ρ_t
А—1	60	0,109	0,106	10,05	1,064	12,01	0,089	14,31	0,074	14,73	0,072	14,87	0,072
1—2	37	0,217	0,200	10,18	2,036	11,10	0,183	12,73	0,160	13,96	0,146	14,52	0,140
2—3	67	0,317	0,313	10,40	3,258	10,60	0,307	11,35	0,287	12,85	0,253	14,0	0,233
3—4	78	0,409	0,389	10,70	4,160	10,70	—	10,87	0,383	11,98	0,347	13,28	0,314
4—5	44	0,399	0,379	11,04	4,190	—	—	11,05	0,379	11,64	0,360	12,65	0,331
5—6	7	0,388	0,443	11,36	4,285	—	—	—	—	11,65	0,368	12,33	0,348
6—7	59	0,561	0,552	11,76	6,495	—	—	—	—	11,86	0,546	12,23	0,531
7—8	130	0,716	0,716	12,28	8,80	—	—	—	—	12,30	0,715	12,44	0,707
8—9	17	0,683	0,662	12,86	8,50	—	—	—	—	—	—	12,90	0,659
9—10	48	0,655	0,620	13,42	8,32	—	—	—	—	—	—	—	—
10—*Б*	68	0,318	0,317	13,82	4,39	—	—	—	—	—	—	—	—

Примечание. Пересчет сопротивлений при решении нелинейных задач описан в § 34.

Таблица 25

Пересчет сопротивлений по ходу расчета

по формуле $\rho_t = \dfrac{h_0 \rho_{0\ шк}}{h_t}$

№№ участков	№ трубки	$\rho_{0\ расч}$	$\rho_{0\ шк}$	h_0	$h_0 \rho_{0\ шк}$	Месяцы: 6—12 предвар.		Годы: 1—2 предвар.		2—5 предвар.		5—10 предвар.		10—∞	
						h_t	ρ_t	h_t	ρ_t	h_t	ρ_t	h_t	ρ_t	h_t	ρ_t
А—1	60	0,084	0,081	10,09	0,816	14,74	0,055	14,80	0,055	14,90	0,055	14,97	0,054	15,01	0,054
1—2	37	0,164	0,152	10,36	1,574	14,11	0,112	14,43	0,109	14,68	0,107	14,89	0,105	15,02	0,105
2—3	67	0,236	0,244	10,78	2,630	13,10	0,201	13,81	0,191	14,37	0,183	14,79	0,178	15,06	0,175
3—4	78	0,299	0,269	11,36	3,055	12,31	0,248	13,15	0,232	13,99	0,218	14,64	0,203	15,09	0,202
4—5	44	0,283	0,268	11,97	3,21	12,26	0,262	13,10	0,245	13,72	0,234	14,55	0,220	15,16	0,212
5—6	7	0,270	0,266	12,57	3,34	12,66	0,264	12,97	0,258	13,68	0,244	14,54	0,229	15,27	0,219
6—7	59	0,384	0,368	13,27	4,88	—	—	13,42	0,363	13,90	0,352	14,64	0,333	15,42	0,317
7—8	130	0,478	0,462	14,20	6,56	—	—	—	—	14,46	0,453	14,98	0,438	15,70	0,416
8—9	17	0,446	0,421	15,18	6,40	—	—	—	—	15,26	0,420	15,56	0,414	16,09	0,398
9—10	48	0,421	0,392	16,12	6,31	—	—	—	—	—	—	16,24	0,388	16,52	0,382
10—*Б*	68	0,202	0,210	16,77	3,52	—	—	—	—	—	—	16,80	0,209	16,88	0,208

Примечание. Пересчет сопротивлений при решении нелинейных задач описан в § 34.

Учебная задача № 2

(метод гидравлических аналогий)

Разбивка I

Уровни и величина повышения

Отметка уровня, *м*								
Пьезометр	*A*	1	2	3	4	5	6	7
Расстояние от реки, *м*	0	50	150	300	500	700	900	1200
Исходный уровень, *м* / Время от начала подпора	10,0	10,09	10,27	10,51	10,87	11,20	11,52	11,98
сутки 10	15,0	13,10	11,16	10,57	»	»	»	»
30	15,0	14,20	12,76	11,18	10,95	11,21	»	»
месяцы 3	15,0	14,58	13,80	12,63	11,70	11,46	11,58	11,99
6	15,0	14,71	14,21	13,40	12,54	12,06	11,93	12,08
12	15,0	14,77	14,48	13,96	13,31	12,83	12,60	12,43

При переходе от I разбивки ко II для интервала от 6 до 12 месяцев сделана увязка разбивок (см. § 35), гарантирующая правильность перехода. Результат увязки показан на графике развития подпора в приложении III.

Предельная депрессионная кривая для II разбивки рассчитана по формуле (IV,2), причем в данном случае $h_1 = 15$ *м* (табл. 19).

По результатам решения задачи построены графики (приложение III):

1) депрессионных кривых при развитии подпора грунтовых вод $h_t = f(x)$, 2) повышения уровней $\Delta h_t = f_1(x)$, 3) изменения уровней во времени $h_x = f_2(t)$.

В табл. 26 и 27 выписаны отметки уровней и величина их повышения при развитии подпора.

Таблица 26

грунтовых вод при развитии подпора

				Величина повышения уровня, *м*											
8	9	10	*Б*	*А*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	*Б*
1600	2000	2400	2600	0	50	150	300	500	700	900	1200	1600	2000	2400	2600
12,58	13,15	13,69	13,95	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
»	»	»	»	5,0	3,01	0,89	0,06	—	—	—	—	—	—	—	—
»	»	»	»	5,0	4,11	2,49	0,67	0,08	—	—	—	—	—	—	—
»	»	»	»	5,0	4,49	3,53	2,12	0,83	0,26	0,06	0,01	—	—	—	—
12,60	»	»	»	5,0	4,62	3,94	2,89	1,67	0,86	0,41	0,10	0,02	—	—	—
12,72	13,18	»	»	5,0	4,68	4,21	3,45	2,44	1,63	1,08	0,45	0,14	0,03	—	—

Рассмотрение результатов расчета

Расчет показал, что уровни, близкие к предельному подпору, будут достигнуты через 50 лет после создания водохранилища. Питание водохранилища грунтовыми водами восстановится приблизительно через 15 лет после его заполнения (см. приложение III).

Величина единичного расхода потока грунтовых вод до подпора равна:

$$q_1 = k\,\frac{h_2 + h_1}{2} \cdot \frac{h_2 - h_1}{L} = 6{,}5\,\frac{17 + 10}{2} \cdot \frac{17 - 10}{5200} =$$

$$= 6{,}5 \cdot 13{,}5 \cdot 0{,}001346 = 0{,}118 \ \text{м}^3/\text{сут}$$

и после подпора:

$$q_2 = 6{,}5\,\frac{17 + 15}{2} \cdot \frac{17 - 15}{5200} = 6{,}5 \cdot 16 \cdot 0{,}000385 = 0{,}04 \ \text{м}^3/\text{сут}.$$

Учебная задача № 2
(Метод гидравлических аналогий)
Разбивка II

Уровни и величина повышения

	Отметка уровня, *м*							
Пьезометр	*А*	1	2	3	4	5	6	7
Расстояние от реки, *м*	0	100	300	600	1000	1400	1800	2400
Исходный уровень, *м* / Время от начала подпора, годы	10,0	10,18	10,51	11,04	11,67	12,28	12,86	13,69
1	15,0	14,61	13,98	13,05	12,47	12,54	12,94	13,69
2	15,0	14,74	14,39	13,82	13,32	13,13	13,28	13,79
3	15,0	14,81	14,59	14,19	13,80	13,62	13,66	13,96
5	15,0	14,88	14,76	14,52	14,32	14,20	14,18	14,38
10	15,0	14,96	14,94	14,90	14,83	14,86	14,92	15,08
15	15,0	14,99	15,00	15,02	15,06	15,12	15,22	15,43
25	15,0	15,02	15,07	15,14	15,26	15,39	15,52	15,74
50	15,0	15,04	15,12	15,20	15,37	15,52	15,66	15,92

Уменьшение расхода потока произошло несмотря на увеличение его мощности вследствие значительного уменьшения уклона.

При сравнении результатов решения задач № 1 и № 2 видно, что при одинаковой величине подпора реки $\Delta h_1 = 5$ *м*

Таблица 27

грунтовых вод при развитии подпора

				Величина повышения уровня, *м*											
8	9	10	*Б*	*А*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	*Б*
3200	4000	4800	5200	0	100	300	600	1000	1400	1800	2400	3200	4000	4800	5200
14,69	15,65	16,55	17,0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
14,69	15,65	16,55	17,0	5,0	4,43	3,45	2,01	0,80	0,26	0,08	—	—	—	—	—
14,70	15,65	16,55	17,0	5,0	4,56	3,86	2,78	1,65	0,85	0,42	0,10	0,01	—	—	—
14,76	15,66	16,55	17,0	5,0	4,63	4,06	3,15	2,13	1,34	0,80	0,27	0,07	0,01	—	—
14,98	15,74	16,55	17,0	5,0	4,70	4,23	3,48	2,65	1,92	1,32	0,69	0,29	0,09	—	—
15,48	16,01	16,65	17,0	5,0	4,78	4,41	3,86	3,16	2,58	2,06	1,39	0,79	0,36	0,10	—
15,78	16,21	16,72	17,0	5,0	4,81	4,47	3,98	3,39	2,84	2,36	1,74	1,09	0,56	0,18	—
16,08	16,42	16,79	17,0	5,0	4,84	4,54	4,10	3,59	3,11	2,66	2,05	1,39	0,77	0,24	—
16,22	16,52	16,83	17,0	5,0	4,86	4,59	4,16	3,70	3,24	2,80	2,23	1,53	0,87	0,28	—

скорость развития подпора грунтовых вод резко различна в зависимости от мощности водоносной толщи. При мощности водоносного слоя 200 *м* состояние, близкое к предельному подпору, наступает через 3 года после заполнения водохранилища, а при мощности водоносного слоя 10 *м* — через 50 лет.

§ 48. Учебная задача № 3 (метод гидравлических аналогий). Расчет влияния паводка на поток грунтовых вод с учетом инфильтрации (линейная задача [1])

Гидрогеологические условия

Водоносный горизонт заключен в песчаной однородной толще в междуречном массиве, имеющем симметричное строение.

Русла рек на значительном протяжении береговой линии прямолинейны и параллельны.

Ширина междуречного массива $L = 2\ a = 20$ *км*.

Расстояние от реки до водораздела $a = 10$ *км*.

Мощность водоносной толщи на урезе рек 200 *м*.

Водоупор горизонтален.

Ширина рек значительно превышает мощность водоносного слоя.

Коэффициент фильтрации $k = 5$ *м/сут*. Свободная пористость $\mu = 0{,}10$.

Грунтовые воды питаются за счет инфильтрации атмосферных осадков равномерно по всей площади. Инфильтрационное питание составляет 107,3 *мм/год*.

Исходная депрессионная кривая соответствует установившемуся состоянию потока при среднегодовой инфильтрации.

Весной в обеих реках проходит паводок, а по всей площади водораздела — интенсивная инфильтрация за счет снеготаяния. Высота паводка 10 *м*. В течение первых 20 суток происходит равномерный подъем уровня воды (по 0,50 *м/сут*). Максимальный уровень держится 5 суток, после чего в течение 20 суток происходит равномерный спад уровня до первоначальной отметки.

Инфильтрация в период паводка в течение 45 суток

$$w_{0-45 сут} = 0{,}0012\ м/сут.$$

Инфильтрация после спада паводка

$$w_{45 сут - 4 мес} = 0{,}00017\ м/сут.$$

Требуется:

1. Рассчитать изменение уровня грунтовых вод под влиянием паводка и инфильтрации.

---

[1] См. пояснения о линейных задачах в § 34.

Расчет выполнить на период паводка с интервалом 5 суток (от 5 до 45 суток) и далее для 2 и 4 месяцев, считая от начала паводка.

2. Построить графики: 1) изменения депрессионных кривых грунтовых вод под влиянием паводка реки и инфильтрации, 2) повышения уровней (см. стр. 113), 3) изменения уровней во времени.

Интерпретация заданных гидрогеологических условий[1]

Расчетная схема: «плоский» одномерный поток грунтовых вод в симметричном междуречном массиве формируется за счет инфильтрации атмосферных осадков с поверхности земли и полностью дренируется реками, ограничивающими профиль. Толща однородная, водоупор горизонтален. См. расчетную схему в приложении IV.

Задача линейная и симметричная.

Размеры области фильтрации и расчетные параметры:

$h_1 = 200$ *м*,

$h_2 = 214{,}20$ *м* (водораздел),

$\Delta h_{1\max} = 10$ *м*,

$a = 10\,000$ *м*,

$k = 5$ *м/сут*,

$\mu = 0{,}10$,

инфильтрация w равномерная по всему профилю

107,3 *мм/год*,

$w_{0-45сут} = 0{,}0012$ *м/сут*,

$w_{45сут-4мес} = 0{,}00017$ *м/сут*.

Начальные условия (см. табл. 28): стационарная депрессионная кривая, определяемая уравнением

$$h = \sqrt{h_1^2 + \frac{w_{ср}}{k}(2ax - x^2)}, \qquad (IV,4)$$

где

$$w_{ср} = \frac{107{,}3}{365 \cdot 1000} = 0{,}000294 \text{ м/сут}.$$

[1] Дается в сжатой форме; подробное обоснование сделано применительно к условиям задач № 1 и № 2.

Учебная задача № 3
(метод гидравлических аналогий)

Таблица 28

Расчет исходной депрессионной кривой

по формуле $h = \sqrt{h_1^2 + \frac{w_{ср}}{k}(2ax - x^2)}$. (IV,4)

$h_1 = 200$ *м*; $w_{ср} = 0{,}000294$ *м/сут*; $a = 10000$ *м*.

Сечение и пьезометр	Расстояние от реки, *м*	Относительная отметка уровня воды h, *м*
А	0	200,00
А—1	50	200,15
1	100	200,29
1—2	200	200,58
2	300	200,87
2—3	450	201,29
3	600	201,70
3—4	800	202,25
4	1000	202,77
4—5	1300	203,54
5	1600	204,28
5—6	2000	205,22
6	2400	206,12
6—7	3000	207,36
7	3600	208,50
7—8	4400	209,85
8	5200	211,01
8—9	6000	212,10
9	7000	212,96
9—10	8000	213,65
10	9000	214,06

Граничные условия:

1. В обеих реках проходит паводок заданного характера (см. цифровые данные на стр. 174, и график паводка в приложении IV и табл. 30). Граничное условие I рода.

2. На водоразделе расход равен нулю. Частный случай граничного условия II рода $q = 0$.

Решение задачи

Задача симметричная, это дает возможность решать ее для половины междуречья.

Профиль от реки до водораздела длиной 10 000 *м* разби-

вается на участки: 2 участка по 200 *м*, 2 участка по 400 *м*, 2 участка по 800 *м*, 2 участка по 1600 *м*, 2 участка по 2000 *м*.

Расчет гидромодели приведен в табл. 29.

Масштаб времени $m_t = 12$ *сут/мин*. Масштаб высот $m_h = 0{,}5$ *м/см*.

Инфильтрация учитывалась путем смещения начала координат на величину

$$\Delta H_w = \frac{w}{\mu} \Delta t. \qquad \text{(VI,30)}$$

Для проверки устойчивости депрессионной кривой был построен график смещения начала координат соответственно среднегодовой инфильтрации (рис. 67а). График паводка для барабана строился от переменного во времени начала координат (рис. 67б). Построению графика для барабана предшествовало составление табл. 30.

Изменение вязкости воды с температурой учитывалось путем изменения скорости вращения барабана (см. § 28).

Журнал выполнения расчета приведен в табл. 31.

При решении данной задачи на интеграторе за начало координат принимался начальный уровень реки (200 *м*) и все отсчеты по миллиметровке брались от него. После записи этих данных в журнал для каждого отсчета вводилась поправка на смещение начала координат; величина смещения в метрах записана в графе «Примечания»; к полученному числу прибавлялась цифра 200 (мощность водоносного горизонта у реки). Таким образом, получался окончательный результат — отметка уровня грунтовых вод на нужный момент времени (в журнале записана в графе «Уровни с поправкой»).

В процессе решения задачи при каждой остановке интегратора уровни в пьезометрах отмечались черточками на миллиметровой бумаге с указанием момента времени, что необходимо для последующих включений интегратора, в том числе и при повторении расчета за некоторый интервал времени.

По результатам решения задачи построены графики (приложение IV); 1) изменения депрессионных кривых $h_t = f(x)$ под влиянием паводка реки и инфильтрации, 2) максимального повышения уровней $\Delta h_{\max} = f_1(x)$, 3) изменения уровней во времени $h_x = f_2(t)$.

График максимального повышения уровней составлен в соответствии с табл. 32.

Учебная задача № 3
(метод гидравлических аналогий)

Расчет гидро

$h_1 = 200$ *м*, $k = 5$ *м/сут*,

$h_2 = 214{,}20$ *м* (водораздел), $\mu = 0{,}10$,

$w_{ср} = 0{,}000294$ *м/сут*,

$\Delta h_{1max} = 10$ *м*, $w_{0-45\ сут} = 0{,}0012$ *м/сут*,

$a = 10000$ *м*, $w_{45\ сут-4\ мес} = 0{,}00017$ *м/сут*;

№ участка	1	2	3	
Длина участка Δx, *м*	200	200	400	
Общая водоемкость $C = \mu \Delta x\, 1$, $м^2$	20	20	40	
Соотношение между C	1	1	2	
Площадь поперечного сечения сосуда ω, $см^2$	3,5	3,5	7,0	

№№ участков	A—1	1—2	2—3	3—4
Расстояние между центрами соседних участков $\Delta x'$, *м*	100	200	300	400
Средняя мощность водоносного слоя h, *м*	200,15	200,58	201,29	202,25
Проводимость $kh1$, $м^3/сут$	100,75	1002,90	1006,45	1011,25
Общее гидравлическое сопротивление $R = \dfrac{\Delta x'}{kh1}$, $сут/м^2$	0,1	0,199	0,298	0,396
Соотношение между R	1	1,99	2,98	3,96
$\rho_{0\ расч}$ при 15°С, $мин/см^2$	0,048	0,095	0,142	0,188
$\rho_{0\ шк}$, $мин/см^2$	0,039	0,094	0,131	0,192
№ трубки сопротивления	169	164	109	10

Примечание. Имеется в виду среднегодовая величина инфильтрации.

модели

$\omega_1 = 3{,}5$ *см*²,

$\rho_{A-1} = 0{,}048$ *мин/см*²;

$$m_t = \frac{C_1 R_{A-1}}{\omega_1 \rho_{A-1}} = \frac{20 \cdot 0{,}1}{3{,}5 \cdot 0{,}048} = 12 \text{ сут/мин},$$

$$m_t = \frac{\Sigma C \Sigma R}{\Sigma\omega\Sigma\rho} = \frac{1000 \cdot 8{,}613}{175 \cdot 4{,}100} = 12 \text{ сут/мин},$$

$$m_h = 0{,}5 \text{ м/см}.$$

4	5	6	7	8	9	10	
400	800	800	1600	1600	2000	2000	$\Sigma\Delta x = 10000$ *м*
40	80	80	160	160	200	200	$\Sigma C = 1000$ *м*²
2	4	4	8	8	10	10	
7,0	14,0	14,0	28,0	28,0	35,0	35,0	$\Sigma\omega = 175$ *см*²

4—5	5—6	6—7	7—8	8—9	9—10	
600	800	1200	1600	1800	2000	
203,54	205,22	207,36	209,85	212,10	213,65	
1017,70	1026,10	1036,80	1049,25	1060,50	1068,25	
0,589	0,780	1,157	1,525	1,697	1,872	$\Sigma R = 8{,}613$ *сут/м*²
5,89	7,80	11,57	15,25	16,97	18,72	
0,280	0,371	0,551	0,726	0,808	0,891	$\Sigma\rho_0 = 4{,}100$ *мин/см*²
0,288	0,348	0,540	0,730	0,816	0,822	
4	14	12	17	529	606	

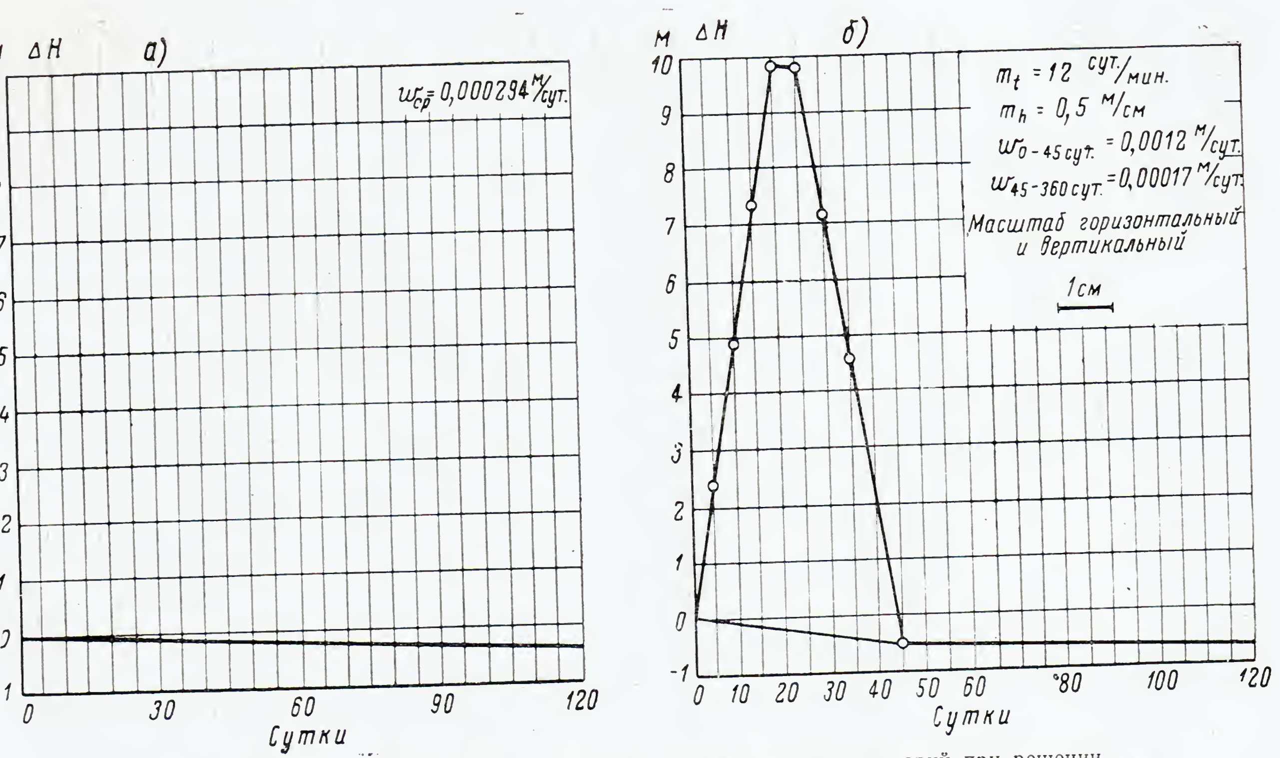


Рис. 67. Образец графиков для барабанов установки граничных условий при решении задачи с переменным началом координат: а) график смещения начала координат для проверки устойчивости депрессионной кривой; б) график паводка реки с учетом смещения начала координат. Учебная задача № 3 (метод гидравлических аналогий)

Учебная задача № 3
(метод гидравлических аналогий)

Таблица 30

Расчет величины смещения начала координат

по формуле $\Delta H_w = \frac{w}{\mu} \Delta t.$ (VI,30)

Время от начала паводка	Отметки уровня воды в реке A^*, *м*	Для проверки устойчивости депрессионной кривой $w = 0,000294$ *м/сут*		Для решения задачи $w_{0-45\ сут} = 0,0012$ *м/сут*; $w_{45\ сут-4\ мес} = 0,00017$ *м/сут*	
		смещение начала координат ΔH_w, *м*	уровень воды в реке A^{**}, *м*	смещение начала координат ΔH_w, *м*	уровень воды в реке A^{**}, *м*
Сутки					
0	200,0	0	0	0	0
5	202,5	0,01	2,49	0,06	2,44
10	205,0	0,03	4,97	0,12	4,88
15	207,5	0,04	7,46	0,18	7,32
20	210,0	0,06	9,94	0,24	9,76
25	210,0	0,07	9,93	0,30	9,70
30	207,5	0,09	7,41	0,36	7,14
35	205,0	0,10	4,90	0,42	4,58
40	202,5	0,12	2,38	0,48	2,02
45	200,0	0,13	—0,13	0,54	—0,54
месяцы					
2	200,0	0,18	—0,18	0,56	—0,56
4	200,0	0,35	—0,35	0,67	—0,67

* Отметки над водоупором.
** Исходный уровень реки *А* (200 *м*) принят за начало координат.

Рассмотрение результатов расчета

Вдоль всего профиля, включая водораздел, произошло повышение уровня грунтовой воды (приложение IV — графики IV, V, VII). Величина повышения уровня уменьшается с удалением от реки, но, начиная с расстояния порядка 4 *км* и далее до водораздела, сохраняет некоторое постоянное значение (график VI на том же приложении). Максимум уровня наступает тем позднее, чем дальше от реки расположен участок; на расстоянии более двух километров максимум наступил только через 4 мес. (120 сут.) после начала паводка. Однако, начиная с 4 *км* и дальше, максимум наступил значительно раньше, через 45 суток, т. е. ко времени окончания

Учебная задача № 3

(метод гидравлических аналогий)

Журнал выполнения расчета на интеграторе

Таблица 31

(Расчет выполнен 15. III 1960 г.)

$h_1=200$ *м*, $\Delta h_{1max}=10$ *м*, $k=5$ *м/сут*, $w_{ср}=0{,}000294$ *м/сут*, $\omega_1=3{,}5$ *см²*, $m_t=12$ *сут/мин*,
$h_2=214{,}06$ *м*, $a=10000$ *м*, $\mu=0{,}1$, $w_{0-45\ сут}=0{,}0012$ *м/сут*, $\rho_{A-1}=0{,}048$ *мин/см²*; $m_h=0{,}5$ *м/см*
(водораздел) $w_{45\ сут-4\ мес}=0{,}00017$ *м/сут*;

Сосуд и пьезометр	A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Поправки на смещение начала координат, (см. табл. 30), *м*
Исходный уровень, *м*	200,0	200,29	200,87	201,70	202,77	204,28	206,12	208,50	211,01	212,96	214,06	
Сечение сосуда ω, *см²*		3,5	3,5	7,0	7,0	14,0	14,0	28,0	28,0	35,0	35,0	
№ трубки сопротивления	169	164	109	10	4	14	12	17	529	606		
Расчетное сопротивление $\rho_{о\ расч}$, *мин/см²*	0,048	0,095	0,142	0,188	0,280	0,371	0,551	0,726	0,808	0,891		
Сопротивление, поставленное по шкале, $\rho_{о\ шк}$, *мин/см²*	0,039	0,094	0,131	0,192	0,288	0,348	0,540	0,730	0,816	0,822		
Проверка устойчивости депрессионной кривой через 10 *мин* (10 мин. процесса на интеграторе соответствуют 4 мес. в природе).	—0,35*	—0,05	0,51	1,35	2,42	3,95	5,76	8,15	10,65	12,63	13,70	
	200,00**	200,30	200,86	201,70	202,77	204,30	206,11	208,50	211,00	212,98	214,05	+0,35

Интервал времени от	Интервал времени до	Длительность интервала времени	Уровень воды при развитии подпора, *м*											
сутки														
0	5	5	2,45* 202,51**	1,47 201,53	1,16 201,22	1,73 201,79	2,76 202,82	4,27 204,33	6,11 206,17	8,49 208,55	11,0 211,06	12,95 213,01	14,05 214,11	+0,06

5	10	5	4,91* 205,03**	3,30 203,42	2,17 202,29	1,93 202,05	2,78 202,90	4,27 204,39	6,09 206,21	8,47 208,59	10,98 201,10	12,93 213,05	14,03 214,15	+0,12
10	15	5	7,35* 207,53**	5,25 205,43	3,39 203,57	2,37 202,55	2,89 203,07	4,26 201,44	6,08 206,26	8,46 208,64	10,97 201,15	12,92 213,10	14,02 214,20	+0,18
15	20	5	9,76* 210,00**	7,30 207,54	4,88 205,12	3,04 203,28	3,13 203,37	4,27 204,51	6,05 205,29	8,44 208,68	10,95 211,19	12,90 213,14	14,0 214,24	+0,24
20	25	5	9,71* 210,01**	8,36 208,66	6,12 206,42	3,83 204,13	3,40 203,70	4,30 204,60	6,04 206,34	8,41 208,71	10,93 211,23	12,90 213,20	13,99 214,29	+0,30
25	30	5	7,15* 207,51**	7,43 207,79	6,46 206,82	4,59 204,95	3,80 204,16	4,36 204,72	6,03 206,39	8,42 208,78	10,91 211,27	12,89 213,27	13,96 214,32	+0,36
30	35	5	4,58* 205,0**	5,63 206,05	5,81 206,23	4,90 205,32	4,15 204,57	4,45 204,87	6,03 206,45	8,41 208,83	10,88 211,30	18,84 213,26	13,94 214,36	+0,42
35	40	5	2,02* 202,5**	3,57 204,05	4,73 205,21	4,85 205,33	4,37 204,85	4,54 205,02	6,04 205,52	8,39 208,87	10,87 211,35	12,84 213,32	13,93 214,41	+0,48
40	45	5	—0,54* 200,0**	1,56 202,10	3,41 203,95	4,50 205,04	4,50 205,04	4,65 205,19	6,05 206,59	8,38 208,92	10,85 211,39	12,81 213,35	13,91 214,45	+0,54
45	60	15	—0,56* 200,00**	0,15 200,71	1,51 202,07	3,15 203,71	4,17 204,73	4,83 205,39	6,11 206,67	8,35 208,91	10,82 211,38	12,77 213,33	13,87 214,43	+0,56
месяцы														
2	4	2	—0,67* 200,00**	—0,25 200,42	0,50 201,17	1,56 202,23	2,84 203,51	4,50 205,17	6,15 206,82	8,26 208,93	10,66 211,33	12,60 213,27	13,70 214,37	+0,67

Примечание. $\Sigma\rho_{o\ расч}=4,100$ *мин/см*^{2}; $\Sigma\rho_{o\ тар}=4,173$ *мин/см*^{2}; после введения поправок $\Sigma\rho_{o\ тар}=4,071$ *мин/см*^{2}.

* Отсчет по миллиметровке (исходный уровень реки *А* принят за начало координат).

** Уровень воды с поправкой—отметки над водоупором.

Учебная задача № 3 Таблица 32
(метод гидравлических аналогий)

Максимальное повышение уровней грунтовых вод во время паводка

№ участка и пьезометра	Расстояние от реки, *м*	Относительная отметка уровня воды до начала паводка, *м*	Максимальная отметка уровня воды: время от начала паводка, *сут*	Максимальная отметка уровня воды: отметки, *м*	Величина максимального повышения уровня, *м*
А	0	200,00	20	210,00	10,00
1	100	200,29	25	208,66	8,37
2	300	200,86	30	206,82	5,96
3	600	201,70	40	205,33	3,63
4	1000	202,77	45	205,04	2,27
5	1600	204,28	60	205,39	1,11
6	2400	206,11	120	206,82	0,71
7	3600	208,48	120	208,93	0,45
8	5200	211,00	45	211,39	0,39
9	7000	212,96	45	213,35	0,39
10	9000	214,06	45	214,45	0,39

паводка и сокращения инфильтрационного питания (см. тот же график) [1].

Одно только рассмотрение графиков позволяет сделать вывод, что повышение уровней в береговой полосе произошло под влиянием двух факторов — паводка реки (фильтрации воды из реки) и усиленной инфильтрации атмосферных осадков с поверхности земли в период весеннего снеготаяния и паводка, а на удаленных участках профиля и на водоразделе — только под влиянием усиленной инфильтрации.

Выполненный расчет дает возможность количественно оценить влияние каждого фактора отдельно, а также определить зону влияния паводка.

Общее повышение уровня грунтовой воды ΔH слагается из повышения под влиянием паводка $\Delta H_{\text{пав}}$ и повышения под влиянием усиленной инфильтрации $\Delta H_{\text{инф}}$:

$$\Delta H = \Delta H_{\text{пав}} + \Delta H_{\text{инф}}.$$

[1] Здесь мы видим иной характер затухания амплитуд уровней, чем в задаче № 1 (приложение I).

Повышение уровня под влиянием инфильтрации равно

$$\Delta H_{\text{инф}} = \frac{w_{\text{пав}} - w_{\text{ср}}}{\mu} \Delta t = \frac{0{,}0012 - 0{,}000294}{0{,}10} \Delta t = 0{,}00906 \Delta t \ \text{м},$$

где $w_{\text{ср}}$ среднегодовая инфильтрация, принятая в задаче для расчета исходной стационарной депрессионной кривой — *м/сут*, $w_{\text{пав}}$ — усиленная инфильтрация в период весеннего снеготаяния и паводка — *м/сут*, μ — свободная пористость, Δt — расчетный интервал времени — *сут*.

Повышение уровня под влиянием паводка $\Delta H_{\text{пав}}$ определяется по разности

$$\Delta H_{\text{пав}} = \Delta H - \Delta H_{\text{инф}} \text{м}.$$

По этим формулам, зная повышение уровня воды и величины $w_{\text{ср}}$ и $w_{\text{пав}}$, легко подсчитать $\Delta H_{\text{инф}}$ и $\Delta H_{\text{пав}}$ для любого момента времени [1].

Зона влияния паводка определена следующим образом. На расстоянии 3,6 *км* (пьезометр 7) через 45 сут. после начала паводка уровень воды достиг максимальной отметки 208,92 *м* (см. табл. 31), повышение уровня $\Delta H = 0{,}42$ *м*.

Повышение уровня под влиянием инфильтрации составило

$$\Delta H_{\text{инф}} = 0{,}00906 \cdot 45 = 0{,}41 \ \text{м},$$

следовательно, $\Delta H_{\text{пав}} \approx 0$.

На меньшем расстоянии от реки $\Delta H_{\text{пав}} > 0$. Следовательно, зона влияния паводка выклинивается на расстоянии порядка 3,6 *км*. До этой границы располагается зона влияния паводка и инфильтрации, а дальше — зона влияния инфильтрации.

Аналогичный подсчет позволяет констатировать, что в принятых гидрогеологических условиях в период максимума паводка высотой 10 *м*, через 25 дней после его начала, влияние паводка распространилось на расстояние 1,5 *км* (пьезометр 5), а на бо́льшем расстоянии уровень повышался лишь за счет усиленной инфильтрации.

К моменту спада паводка (через 45 дней после его начала) уровень грунтовых вод понизился лишь в прибрежной полосе шириной 0,6 *км*; на бо́льшем расстоянии еще в течение длительного времени продолжалось повышение уровня (см. график IV в приложении IV).

---

[1] Такой подсчет для различных моментов времени сделан и показан в статье И. П. Кравченко (1960).

Максимальное повышение уровня за счет инфильтрации наступило через 45 суток от начала паводка, т. е. в конце периода с усиленной инфильтрацией, и составило приблизительно 0,40 *м*.

Скорость распространения волны паводка по прохождению максимума в среднем порядка 30 *м/сут*.

§ 49. Учебная задача № 4 (метод гидравлических аналогий).

Расчет водоотлива из шахты (нелинейная задача) [1]

Гидрогеологические условия

Шахта заложена в скальной породе, разбитой густой сетью мелких трещин в бассейне грунтовых вод значительных размеров и пройдена до водоупора, имеющего горизонтальную поверхность. В начальный момент времени шахта затоплена до уровня грунтовых вод.

Мощность водоносного горизонта $h = 15$ *м*,
коэффициент фильтрации $k = 0{,}2$ *м/сут*,
свободная пористость $\mu = 0{,}10$,
диаметр шахты 4 *м*.

На поверхности земли развиты тяжелые суглинки, исключающие возможность инфильтрации.

Требуется:

1. Рассчитать развитие воронки депрессии и время, необходимое для понижения уровня воды в шахте на 12 *м* при непрерывном водоотливе из шахты с интенсивностью $Q = 89{,}7$ *м*^{3}*/сут*. Расчет выполнить для интервалов времени в 1 сутки.
2. Построить депрессионные кривые при развитии воронки депрессии.

Интерпретация гидрогеологических условий

Данные о характере трещиноватости пород позволяют считать поток ламинарным.

Поскольку шахта заложена в бассейне грунтовых вод, заданный радиальный поток имеет осесимметричный харак-

[1] Схема решения задачи разработана кандидатом техн. наук М. Д. Головко в 1955 г. и выполнена на интеграторе Р. М. Ковалевской с несколько иным содержанием; в студенческий практикум она вошла в упрощенном виде.

тер; так как, кроме того, шахта доведена до водоупора, то при решении поток может быть сведен к одномерной расчетной схеме и рассчитан на одномерном интеграторе.

Относительное изменение мощности водоносного горизонта в процессе откачки значительно (до 80%), поэтому задача должна решаться как нелинейная. Инфильтрация отсутствует.

Размеры области фильтрации и расчетные параметры:

$$h = 15 \text{ м}, \qquad k = 0{,}2 \text{ м/сут},$$

$$\Delta h_{\max} = 12 \text{ м}, \qquad \mu = 0{,}10,$$

$$L = \infty, \qquad w = 0,$$

$$\text{водоотлив } Q = 89{,}7 \text{ м}^3/\text{сут}.$$

Начальные условия характеризуются равенством

$$h_{(x,t)} = h_{(x,0)} = \text{const}.$$

Граничные условия:
у шахты

$$q_{(x,t)} = q_{(0,t)} = \text{const}$$

граничное условие II рода;
на удаленном конце профиля:

$$h_{(x,t)} = h_{(\infty,t)} = \text{const}$$

граничное условие I рода.

Решение задачи

Задача решалась для сектора области с углом, равным 1 радиану.

В приложении V подробно показана разбивка сектора на элементарные объемы. Принцип подсчета водоемкостей участков C и гидравлических сопротивлений R изложен в § 40. Задача решалась с одной разбивкой: 1 участок равен 2 *м* (радиус шахты), 3 участка по 5 *м*, 6 участков по 10 *м*. Общая длина расчетного профиля 77 *м* (см. примечание на стр. 192).

Гидромодель рассчитана для сектора с углом, равным 1 радиану (табл. 33). При расчетах величин C и R учитывалась изменяющаяся с удалением от центра шахты ширина потока. При вычислении водоемкости 1 участка нужно помнить, что свободная пористость в шахте $\mu=1$.[1]

[1] Продолжение текста см. на стр. 192.

Учебная задача № 4
(метод гидравлических аналогий)

Расчет гидро

$h = 15$ *м*,
$d = 4$ *м*,
$k = 0{,}2$ *м/сут*,
$\mu = 1{,}10$,
водоотлив из шахты $Q = 89{,}7$ *м³/сут*.

№ участка	
Длина участка Δx, *м*	
Радиус разбивки R, *м*	
R^2	
$R_k^2 - R_{k-1}^2$	
Площадь участка $F = \frac{R_k^2 - R_{k-1}^2}{2}$, *м²*	
Общая водоемкость $C = \mu F$, *м²*	
Соотношение между C	
Площадь поперечного сечения сосуда ω, *см²*	
№№ участков	
Радиус центра участка r, *м*	
Расстояние между центрами участков $\delta = r_k - r_{k-1}$, *м*	
$\frac{r_2 + r_1}{2} = r_{ср}$, *м*	
$\delta / r_{ср}$	
Общее гидравлическое сопротивление $R = \frac{1}{kh} \cdot \frac{\delta}{r_{ср}}$, *сут/м²*	
Соотношение между R	
$\rho_{0\ расч}$ при 15°С, *мин/см²*	
$\rho_{0\ шк}$, *мин/см²*	
№ трубки сопротивления	

Примечание. Схема разбивки на элементарные объемы и

модели

$\omega_1 = 0{,}5$ *см*^{2},

$\rho_{1-2} = 0{,}514$ *мин/см*^{2};

Условия приливания:

$\Delta H_w = 19{,}85$ *см*,

$\rho_w = 1{,}390$ *мин/см*^{2},

$q_w = 14{,}28$ *см*^{3}*/мин*;

$$m_t = \frac{C_1 R_{1-2}}{\omega_1 \rho_{1-2}} = \frac{2\cdot 0{,}257}{0{,}5\cdot 0{,}514} = 2 \text{ сут/мин},$$

$$m_h = 0{,}5 \text{ м/см},$$

$$m_q = 1\ \frac{\text{м}^3/\text{сут}}{\text{см}^3/\text{мин}}.$$

1 (шахта)	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	5	5	5	10	10	10	10	10	10
2	7	12	17	27	37	47	57	67	77
4	49	144	289	729	1369	2209	3249	4489	5929
4	45	95	145	440	640	840	1040	1240	1440
2	22,5	47,5	72,5	220	320	420	520	620	720
2(μ = 1)	2,25	4,75	7,25	22,0	32,0	42,0	52,0	62,0	72,0
1	1,125	2,375	3,625	11	16	21	26	31	36
0,5	0,5	1	2	5,5	8	10,5	13	15,5	18
	1—2	2—3	3—4	4—5	5—6	6—7	7—8	8—9	9—10
	4,5	9,5	14,5	22	32	42	52	62	72
	2,5	5	5	7,5	10	10	10	10	10
	3,25	7	12	18,25	27	37	47	57	67
	0,77	0,714	0,416	0,411	0,370	0,270	0,213	0,179	0,149
	0,257	0,238	0,139	0,137	0,123	0,090	0,071	0,058	0,050
	1	0,925	0,542	0,533	0,478	0,351	0,276	0,229	0,194
	0,514	0,476	0,278	0,274	0,246	0,180	0,142	0,118	0,100
	0,465	0,376	0,250	0,254	0,231	0,183	0,113	0,083	0,092
	20	21	8	9	5	12	17	48	18

принятые обозначения показаны в приложении V.

Учебная задача № 4
(метод гидравлических аналогий)

Журнал выполнения
(расчет выпол

$h = 15$ *м*, $k = 0{,}2$ *м/сут*, Условия приливания:
$d = 4$ *м*, $\mu = 0{,}10$, $\Delta H_w = 19{,}85$ *см*,
водоотлив из шахты $Q = 89{,}7$ *м³/сут*. $\rho_w = 1{,}390$ *мин/см²*,
$q_w = 14{,}28$ *см³/мин*,

Сосуд и пьезометр	
Исходный уровень, *м*	
Сечение сосуда ω, *см²*	
№ трубки сопротивления	
Расчетное сопротивление $\rho_{0\ расч}$, *мин/см²*	
Сопротивление, поставленное по шкале $\rho_{0\ шк}$, *мин/см²*	

$t°$	γ	Интервал времени		Длительность интервала времени	Длительность интервала на интеграторе		На какой промежуток времени поставлено ρ
		от	до		*сек*	*сек*·γ	
		сутки					сутки
17,5	0,937	0	$1_{пр.}$	1	30	28,1	0
							$0—1_{пр.}$
17,8	0,930	0	**1**	1	30	27,9	»
17,2	0,944	1	$2_{пр.}$	1	30	28,3	»
							$1—2_{пр.}$
17,3	0,942	1	**2**	1	30	28,3	»
17,3	0,942	2	$3_{пр.}$	1	30	28,3	»
							$2—3_{пр.}$
17,6	0,935	2	**3**	1	30	28	»
17,0	0,950	3	$4_{пр.}$	1	30	28,5	»
							$3—4_{пр.}$
16,3	0,967	3	**4**	1	30	29,1	»
16,2	0,970	4	$5_{пр.}$	1	30	29,1	»
							$5—5_{пр.}$
16,2	0,970	4	5 сут. 1 час 19 мин.	1,055 сут. = =1 сут. 1 час. 19 мин.	32,4	31,66	»

Примечание. $\Sigma\rho_{0\ расч} = 2{,}328$ *мин/см²*; $\Sigma\rho_{0\ тар} = 2{,}536$ *мин/см²*;

расчета на интеграторе
нен 25.IV 1957 г.)

$\omega_1 = 0{,}5$ *см*², $\rho_{1-2} = 0{,}514$ *мин/см*²;

$m_t = 2$ *сут/мин*, $m_h = 0{,}5$ *м/см*, $m_q = 1 \frac{м^3/сут}{см^3/мин}$.

1 (шахта)	2	3	4	5	6	7	8	9	10
15,0	15,0	15,0	15,0	15,0	15,0	15,0	15,0	15,0	15,0
0,5	0,5	1	2	5,5	8	10,5	13	15,5	18
20	21	8	9	5	12	17	48	18	
0,514	0,476	0,278	0,274	0,246	0,180	0,142	0,118	0,100	
0,465	0,376	0,250	0,254	0,231	0,183	0,113	0,083	0,092	
уровень воды при водоотливе, *м*									
11,25	13,40	14,63	14,90	исх.	исх.	исх.	исх.	исх.	исх.
0,511	0,389	0,252							
11,07	**13,48**	**14,67**	**14,91**	«	«	«	«	«	«
9,00	11,98	14,03	14,70	14,98	«	«	«	«	«
0,614	0,416	0,257	0,255						
8,56	**11,93**	**13,95**	**14,70**	**14,96**	«	«	«	«	«
7,40	10,96	13,45	14,35	14,87	«	«	«	«	«
0,717	0,449	0,266	0,259	0,232	«				
6,65	**10,93**	**13,45**	**14,33**	**14,87**	**14,97**	«	«	«	«
5,30	10,21	12,92	14,06	14,76	14,93	14,99	«	«	«
0,845	0,475	0,274	0,263	0,233	0,184				
4,85	**10,23**	**12,95**	**14,06**	**14,76**	**14,93**	**14,99**	«	«	«
3,72	9,46	12,50	13,76	14,63	14,88	14,98	«	«	«
0,989	0,500	0,282	0,266	0,234	0,184				
3,00	**9,60**	**12,56**	**13,75**	**14,64**	**14,87**	**14,98**	«	«	«

после введения поправок $\Sigma\rho_{0\ тар} = 2{,}315$ *мин/см*².

В данной гидромодели площади сечения сосудов ω с удалением от шахты увеличиваются весьма интенсивно. За последним сосудом на границе гидромодели поставлена заглушка [1].

Масштаб времени $m_t = 2$ *сут/мин*, масштаб высот $m_h = 0{,}5$ *м/см*; масштаб расходов определяется по формуле

$$m_q = m_h \frac{\rho_{k-1,k}}{R_{k-1,k}} \frac{м^3/сут}{см^3/мин}. \quad (III,36)$$

Для принятого соотношения $\frac{\rho_{k-1,k}}{R_{k-1,k}} = 2$ масштаб расходов

$$m_q = 1 \frac{м^3/сут}{см^3/мин}.$$

Принятый масштаб m_q означал, что расход на интеграторе, равный 1 *см³/мин*, соответствует в природных условиях расходу 1 *м³/сут*.

Откачка при решении задачи заменялась наливом, отсчеты производились в так называемой «обращенной системе координат» (§ 40).

Необходимое приливание воды *на интеграторе* q_w, соответствующее водоотливу из шахты $Q = 89{,}7$ *м³/сут*, с учетом масштаба расходов и выделенного сектора с углом в 1 радиан, равно

$$q_w = \frac{Q}{h_q} \cdot \frac{1}{2\pi} = \frac{89{,}7}{1 \cdot 6{,}28} = 14{,}29 \text{ см}^3/\text{мин}.$$

Подача заданного количества воды осуществлялась по схеме, приведенной на рис. 46. Были приняты $\Delta H_w = 19{,}85$ *см* и $\rho_w = 1{,}39$ *мин/см²*; таким образом было обеспечено

$$q_w = \frac{\Delta H_w}{\rho_w} - \frac{19{,}85}{1{,}39} = 14{,}28 \text{ см}^3/\text{мин}.$$

Задача решалась как нелинейная. Пересчет сопротивлений по ходу расчета приведен в табл. 35. Журнал, в котором отражены условия и результаты расчета, дан в табл. 34.

---

[1] При условии бассейна грунтовых вод неограниченной длины следует на границе гидромодели ставить заглушку и следить, чтобы в последнем сосуде уровень оставался неизменным. По журналу расчета (табл. 34) видно, что начиная с 8-го пьезометра уровень воды оставался неизменным в течение всего расчетного периода водоотлива. Следовательно, общая длина расчетного профиля 77 *м* была взята с достаточным запасом.

Таблица 35

Пересчет сопротивлений по ходу расчета по формуле $\rho_t = \frac{h_0 \rho_{0\ шк}}{h_t}$

Сечение	№ трубки сопротивления	$\rho_{o\ расч}$	$\rho_{o\ шк}$	h_0	$\frac{\rho_{0\ шк}}{h_0}$	Интервал времени, *сут*									
						$0—1_{пр}$		$1—2_{пр}$		$2—3_{пр}$		$3—4_{пр}$		$4—5_{пр}$	
						h_t	ρ_t	h_t	ρ_t	h_t	ρ_t	h_t	ρ_t	h_t	ρ_t
1—2	20	0,514	0,465	15,0	6,98	13,66	0,511	11,38	0,614	9,74	0,717	8,27	0,845	7,06	0,989
2—3	21	0,476	0,376	15,0	5,64	14,51	0,389	14,54	0,616	12,57	0,449	11,88	0,475	11,28	0,500
3—4	8	0,278	0,250	15,0	3,75	14,88	0,252	14,58	0,257	14,11	0,266	13,69	0,274	13,32	0,282
4—5	9	0,274	0,254	15,0	3,81	—	—	14,90	0,255	14,72	0,259	14,51	0,263	14,30	0,266
5—6	5	0,246	0,231	15,0	3,46	—	—	—	—	14,96	0,232	14,88	0,233	14,80	0,234
6—7	12	0,180	0,183	15,0	2,74	—	—	—	—	—	—	14,97	0,184	14,95	0,184
7—8	17	0,142	0,113	15,0	1,69	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
8—9	48	0,118	0,083	15,0	1,24	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
9—10	18	0,100	0,092	15,0	1,38	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Примечание. Пересчет сопротивлений при решении нелинейных задач описан в § 34,

Результаты решения

Заданное понижение уровня воды в шахте $\Delta h_{ш} = 12$ *м*, при откачке указанной интенсивности 89,7 *м*³/*сут,* будет достигнуто через 5 суток 1 час 19 мин.

Воронка депрессии крутая; радиус влияния через 5 суток непрерывной откачки равен приблизительно 30 *м*.

По результатам решения задачи построен график развития воронки депрессии (приложение V).

§ 50. О расчетах неустановившейся фильтрации с помощью номограмм

В настоящее время имеются следующие номограммы для расчетов неустановившейся фильтрации, разработанные с помощью метода гидравлических аналогий:

I — для расчетов развития подпора грунтовых вод: а) в однослойной толще (Лукьянов, Вевиоровская, 1957) и б) в двухслойной толще (Вевиоровская, 1955);

II — для расчетов развития фильтрации из каналов (Лукьянов, 1952). В указанных работах даны инструкции к пользованию номограммами и примеры расчетов.

В программу Практикума входило освоение расчетов неустановившейся фильтрации с помощью перечисленных номограмм[1]. Для решения предлагались при заданных гидрогеологических условиях задачи следующих типов:

I — *по подпору грунтовых вод* — отдельно для *однослойной* и *двухслойной* толщи:

1) рассчитать развитие подпора грунтовых вод во времени в пределах гидрогеологического профиля;

2) определить, через сколько времени после создания подпора, на расстоянии l от водохранилища, произойдет подтопление или уровень воды повысится на величину Δh;

3) определить, через сколько времени на расстоянии l от водохранилища начнется повышение уровня грунтовой воды;

4) определить ширину зоны распространения подпора через время Δt после наполнения водохранилища;

II — *по фильтрации из каналов*:

5) определить величину повышения уровня грунтовой воды на расстоянии l от канала при заданных условиях;

6) определить мощность фильтрующей толщи при заданных условиях;

7) определить потерю воды из канала в заданный момент времени.

---

[1] Номограммы приложены к настоящей работе (приложение VI).

ЧАСТЬ II

МЕТОД ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ АНАЛОГИЙ (ЭГДА) ПРИМЕНИТЕЛЬНО К УСТАНОВИВШЕЙСЯ ФИЛЬТРАЦИИ

РАЗДЕЛ III

ХАРАКТЕРИСТИКА МЕТОДА

ГЛАВА X

ОСНОВЫ МЕТОДА ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ АНАЛОГИЙ ДЛЯ НАПОРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ[1]

§ 51. Возникновение и общая характеристика метода

Применение метода электрогидродинамических аналогий — сокращенно метода ЭГДА — основано на математической аналогии между движением электричества в проводнике и процессом фильтрации в пористой среде. Широкое распространение этого метода обязано трудам Н. Н. Павловского, инженера путей сообщения, впоследствии академика. Указания на аналогию между названными выше процессами имелись в литературе и раньше, но Н. Н. Павловский в 1918 г. доказал возможность применения этой аналогии для фильтрационных расчетов, теоретически обосновал и сам применил их.

С тех пор этот метод приобрел очень широкое распространение. Многие научно-исследовательские институты и проектные организации широко его применяют. Метод вошел в учебную программу многих вузов. Особенно широко он применяется для расчетов гидротехнических сооружений. Теперь ни одно крупное сооружение не обходится без детальных исследований по методу ЭГДА. Однако следует отметить, что гидрогеологи до сего времени непростительно мало применяют его для исследований.

Метод ЭГДА позволяет выполнять расчеты с учетом сложных природных и строительных условий, что совершенно недоступно для аналитических методов расчетов. Он имеет большое научное и практическое значение, так как помогает

[1] *Напорным* называется поток, на всех границах которого давление отлично от атмосферного.

глубже понять процесс, правильно оценить природные условия, правильно рассчитать и спроектировать сооружение.

Метод ЭГДА применяется главным образом для расчетов установившегося движения грунтовых вод. Между установившейся фильтрацией и движением электричества в электропроводящей среде имеется математическая аналогия.

§ 52. Аналогия между установившейся напорной фильтрацией в пористой среде и стационарным движением электричества в проводнике

Аналогия между движением грунтовых вод и движением электричества в проводнике наиболее полно выражена для напорного потока, применительно к которому и начинаем рассмотрение метода. Соответствие основных характеристик движения грунтовых вод и движения электричества в проводнике показано в табл. 36.

Таблица 36

Аналогия между напорным фильтрационным потоком и электрическим током

Фильтрационный поток	Электрический ток
Пьезометрический напор h.	Электрический потенциал u.
Разность напоров $h_1 - h_2$.	Разность потенциалов $u_1 - u_2$.
Длина пути фильтрации s.	Длина линии тока s.
Градиент фильтрационного потока $I = \frac{\partial h}{\partial s}$. (X,1)	Напряженность электрического поля $E = \frac{\partial u}{\partial s}$. X,1′)
Коэффициент фильтрации k.	Коэффициент электропроводности $c = \frac{1}{\rho}$*.
Скорость фильтрации v.	Плотность тока i.
Закон Дарси $v = -k\frac{\partial h}{\partial s}$.	Закон Ома $i = -c\frac{\partial u}{\partial s}$ (X,2′)

* ρ — удельное сопротивление материала, численно равное сопротивлению проводника, имеющего единицу длины и площадь поперечного сечения, равную единице.

Площадь сечения F	Площадь сечения ω.
Гидравлическое сопротивление участка профиля	Электрическое сопротивление проводника
$R = \frac{\Delta x'}{khB} = \frac{\Delta x'}{kF}$; $hB = F$. (X,3)	$R = \rho \frac{s}{\omega} = \frac{s}{c \cdot \omega}$. (X,3′)
Расход потока	Сила тока
$Q = kh \frac{h_1 - h_2}{s} B = \frac{h_1 - h_2}{R}$. (X,4)	$I = c \frac{u_1 - u_2}{s} \omega = \frac{u_1 - u_2}{R}$. (X,4′)
Уравнение Лапласа для напора (при двухмерном движении в однородной среде)	Уравнение Лапласа для электрического потенциала (при двухмерном движении в однородной среде)
$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0$. (X,5)	$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$. (X,5′)
Поверхность водоупора.	Изоляционная поверхность.
Водопроницаемая поверхность.	Поверхность, проницаемая для электрического тока.
Линия равного напора	Линия равного потенциала (эквипотенциаль)
$h = \text{const}$. (X,6)	$u = \text{const}$. (X,6′)
Линия тока	Линия тока
$\frac{\partial h}{\partial n} = 0$. (X,7)	$\frac{\partial u}{\partial n} = 0$. (X,7′)

Идентичность уравнений, приведенных в таблице, показывает, что движение электрического тока внутри проводника подчинено тому же закону, что и движение подземных вод в фильтрационной толще. Это позволяет изучать явления фильтрации на моделях, через которые пропускается электрический ток.

§ 53. Общая характеристика моделирования

Моделирование выполняется для сплошной среды. Модель должна быть геометрически подобна изучаемой области фильтрации.

На рис. 68а изображена область фильтрации под плотиной, ограниченная подземным контуром плотины, поверхностью водоупора и дном реки в верхнем и нижнем бьефах; на рис. 68б изображена геометрически подобная модель.

В качестве материала для изготовления моделей применяются твердые или жидкие проводники; в числе первых — станиоль и электропроводная бумага; ко вторым относятся

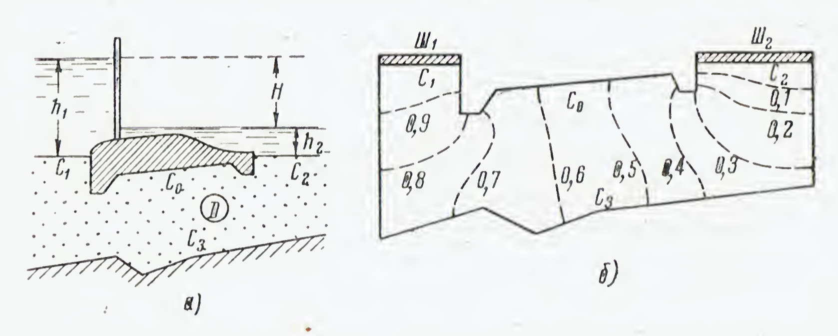


Рис. 68. а) Изучаемая область фильтрации: D — область фильтрации; h_1 — отметка уровня воды верхнего бьефа; h_2 — отметка уровня воды нижнего бьефа; $H = h_1 - h_2$ — действующий напор; C_1 и C_2 — проницаемые границы; C_0 и C_3 — непроницаемые границы; б) модель, геометрически подобная изучаемой области фильтрации; указано расположение шин при получении линий равного напора (из книги В. И. Давидовича, 1932)

различные электролиты — растворы медного купороса, поваренной соли и др.

В лаборатории кафедры гидрогеологии МГУ используется электропроводная бумага, предложенная П. Ф. Фильчаковым и В. И. Панчишиным; она изготовляется с графитом или сажей, нескольких сортов с различной проводимостью и удобна для работы.

Влияние размеров моделей на точность расчетов изучалось многочисленными опытами. Для исследований фильтрации под плотинами рекомендованы следующие размеры моделей:

а) при ограниченной мощности фильтрующей толщи

$$L = B + (3 \div 4)\,T, \qquad \text{(X,8)}$$

$$l_1 = l_2 = (1{,}5 \div 2)\,T, \qquad \text{(X,9)}$$

обозначения объяснены на рис. 69;

б) при большой мощности фильтрующей толщи применяется полукруглая модель (рис. 70) радиусом

$$R \approx 2{,}5B \qquad (X,10)$$

или

$$R \approx 5S, \qquad (X,11)$$

здесь B и S — длина горизонтальной и вертикальной проекции подземных частей сооружения. Для R принимается та величина, которая больше.

Масштаб модели выбирается удобный для работы, т. е. такой, чтобы модель по своим размерам была удобна для опытного исследования. Иногда область фильтрации имеет очень большие размеры. В таких случаях применяют 2 масштаба: мелкий — для всей области фильтрации и крупный —

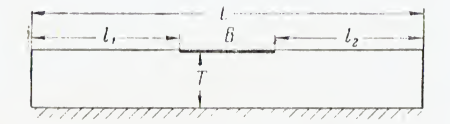


Рис. 69. Рекомендуемый размер модели при малой мощности фильтрующей толщи: L — длина всей модели; l_1 и l_2 — длина модели в пределах верхнего и нижнего бьефов; B — длина основания плотины; T — мощность фильтрующей толщи (по В. И. Аравину, С. Н. Нумерову, 1955)

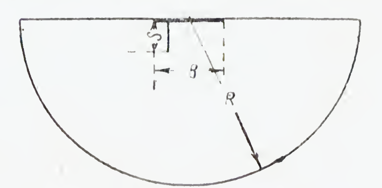


Рис. 70. Рекомендуемый размер модели при весьма большой мощности фильтрующей толщи (по В. И. Аравину, С. Н. Нумерову, 1955)

для наиболее ответственного участка. Подобный прием рассмотрен в учебной задаче № 5 (см. § 70).

Чертеж изучаемой области фильтрации вычерчивается в принятом масштабе на миллиметровой бумаге и вырезается. По нему тщательно вырезается модель из электропроводной бумаги; для прикрепления шин на соответствующих краях модели оставляются напуски 3—5 *мм*.

На участках модели, которые соответствуют входу и выходу фильтрационного потока, устанавливаются металлические шины[1]. Водонепроницаемым участкам — водоупору и подземному контуру сооружения — соответствует обрез бумаги (край модели соприкасается с диэлектриком, воздухом).

К шинам подводится электрический ток. Действующему напору $H = h_1 - h_2$ (рис. 68,а), т. е. разности уровней воды верхнего и нижнего бьефов, соответствует на модели разность

[1] *Шина* — толстая медная пластинка, плотно прижимаемая к модели; в ней потенциал должен быть распределен равномерно.

потенциалов $u_1 - u_2$. После включения электрический ток в модели движется аналогично движению потока фильтрационных вод.

Линии токов в природе имеют направление от верхнего бьефа к нижнему, соответственно на модели линии электрического тока направлены от одной шины к другой (см. рис. 75) Линии равных напоров, которым на модели соответствуют линии равных потенциалов, перпендикулярны линиям тока (см. рис. 68б).

§ 54. Схема прибора—интегратора ЭГДА

Прибор ЭГДА позволяет получать численное решение задач по расчету процессов, характеризуемых дифференциальным уравнением (X, 5); по сути дела он механически выпол-

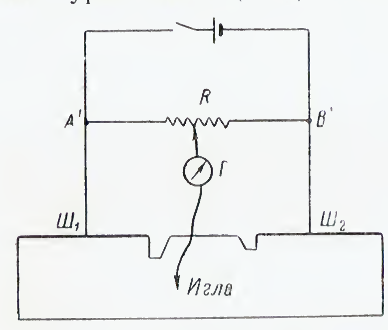


Рис. 71. Скелетная схема прибора ЭГДА: R — реохорд; $Г$ — гальванометр; A' и B' — точки разветвления тока; $Ш_1$ и $Ш_2$ — шины на модели

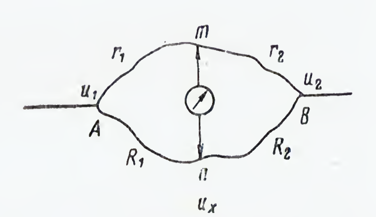


Рис. 72. Схема мостика Уитстона: u_1 и u_2 — потенциалы в точках A и B, u_x — потенциал в точке n; r_1, r_2, R_1 и R_2 — сопротивления отрезков цепи

няет интегрирование, поэтому может быть назван интегратором.

Электрическая схема приборов ЭГДА, рассматриваемая в самом общем виде (рис. 71), состоит из двух цепей — главной и измерительной.

Главная, или питающая, цепь состоит из источника тока и проводов, по которым ток поступает к шинам $Ш_1$ и $Ш_2$, установленным на модели, а также к измерительному устройству.

Измерительная цепь устроена по принципу мостика Уитстона, на котором кратко остановимся (рис. 72). В точках A

и B ток разветвляется и идет по двум параллельным проводникам, имеющим разное сопротивление. Потенциалы в точках A и B — соответственно u_1 и u_2. В каждом из проводников потенциал падает, проходя все значения от u_1 до u_2. Если соединить точки m и n с одинаковым потенциалом u_x, то гальванометр, включенный в цепь, покажет отсутствие тока, т. е. его стрелка не отклонится. При этом (рис. 72) сопротивления будут находиться в следующем соотношении:

$$\frac{r_1}{r_1 + r_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}, \tag{X,12}$$

а разность потенциалов определится отношением

$$\frac{u_1 - u_x}{u_1 - u_2} = \frac{r_1}{r_1 + r_2}. \tag{X,13}$$

Разделив сопротивление верхнего проводника в нужном нам отношении и найдя точки m и n с равным потенциалом, мы тем самым разделим в нижнем проводнике разность потенциалов $u_1 - u_2$ в том же отношении. Представим себе, что r_1 составляет 0,1 от общего сопротивления $r_1 + r_2$; в таком случае при отсутствии тока между точками m и n, т. е. при одинаковом потенциале в этих точках — падение потенциала от A к n составит 0,1 от общего падения потенциала от A к B.

По этому принципу устроена измерительная цепь прибора (рис. 71). Она включает: градуированное сопротивление — реохорд R, с помощью которого мы можем делить сопротивление в нужном нам соотношении; гальванометр $Г$ и измерительную иглу; с помощью последней на модели находятся точки, в которых потенциал равен потенциалу на контакте реохорда. Гальванометр играет роль нуль-прибора. С помощью реохорда мы делим полную разность потенциалов в том же отношении, как мы разделили сопротивление. Сравнивая схему прибора (рис. 71) и схему мостика (рис. 72), легко видеть их соответствие. В точках A_1 и B_1 на рис. 71 ток разветвляется, одна часть идет через реохорд, другая через модель. Реохорд и исследуемая модель могут рассматриваться как две ветви, соединенные мостиком.

Интегратор ЭГДА П. Ф. Фильчакова и В. И. Панчишина (рис. 73) конструктивно оформлен в виде письменного стола; на крышке установлено питающее устройство (1), прикреплена панель моделирования задач (5), ставятся реохорд (2) и гальванометр (3). Реохорд дает возможность делить напряжение с точностью 0,1 % от общего напряжения.

Работа на электропроводной бумаге осуществляется на постоянном токе. Переменный ток осветительной сети напряжением 127 или 220 вольт преобразуется с помощью селенового выпрямителя и трансформатора, установленных под крышкой стола, в постоянный ток напряжением 28—30 вольт. Описание прибора и его электрической схемы имеется в работах П. Ф. Фильчакова и В. И. Панчишина (1952, 1953 и 1955).

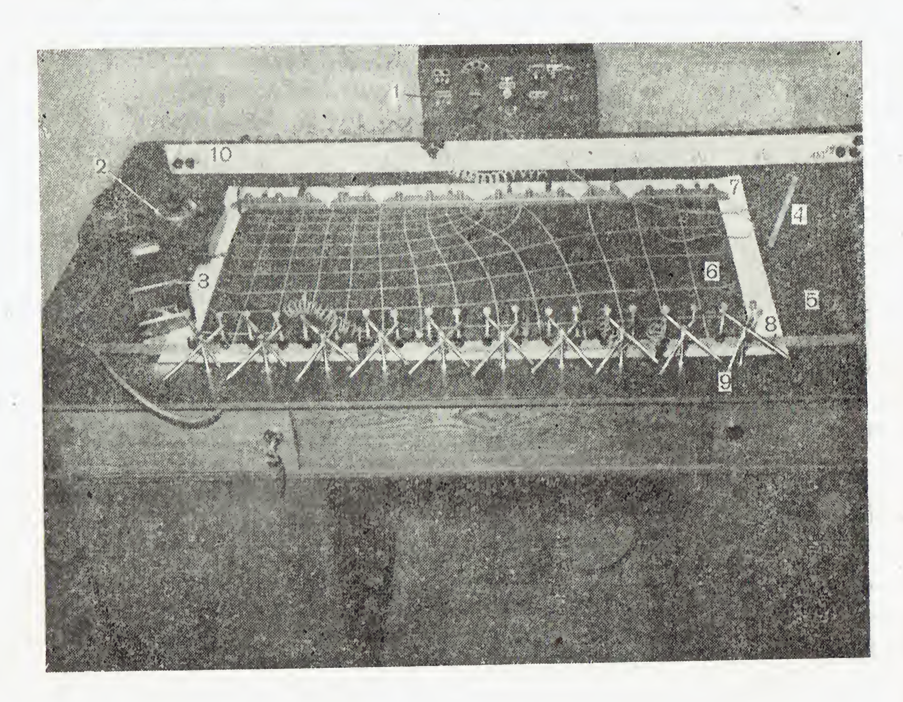


Рис. 73. Электроинтегратор ЭГДА (прибор ЭГДА) П. Ф. Фильчакова и В. И. Панчишина: 1 — питающее устройство; 2 — реохорд; 3 — гальванометр; 4 — измерительная игла; 5 — панель моделирования задач; 6 — модель; 7 — шина-зажим; 8 — полосовая шина; 9 — зажимный ключ; 10 — школьный реохорд для упрощенной установки

Для освоения метода и выполнения задач, не требующих большой точности, могут быть использованы упрощенные приборы ЭГДА (рис. 74), изготовленные в лаборатории кафедры гидрогеологии. В них используется школьный реохорд, который состоит из проволоки, натянутой на метровой линейке

с нанесенными делениями через 1 *см*, и скользящего по проволоке ползунка; к последнему присоединяется провод, идущий от иглы через гальванометр. Ток от осветительной сети

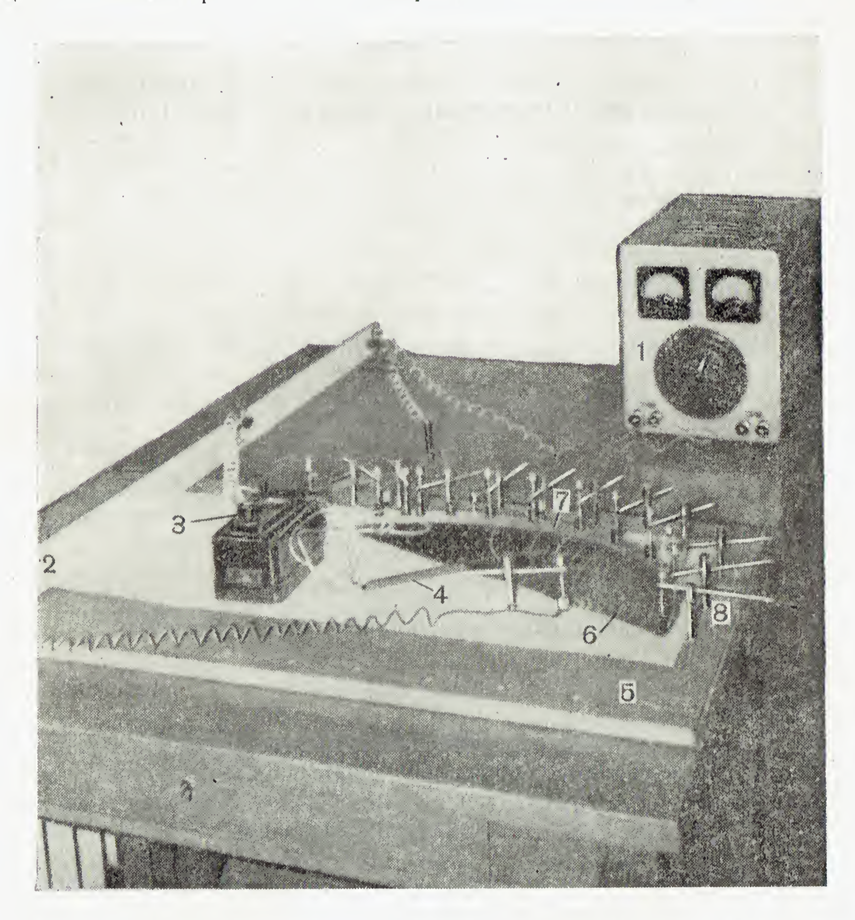


Рис. 74. Упрощенная установка ЭГДА: 1 — питающее устройство (газотронный выпрямитель); 2 — школьный реохорд; 3 — гальванометр; 4 — измерительная игла; 5 — доска—панель моделирования задач; 6 — модель; 7 — полосовая шина; 8 — зажимный ключ

преобразуется в постоянный ток напряжением 5—15 вольт с помощью выпрямителя. Напряжение, подаваемое на модель, может быть разделено с точностью до 0,5%.

ГЛАВА XI

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ПО РАСЧЕТУ УСТАНОВИВШЕЙСЯ НАПОРНОЙ ДВУХМЕРНОЙ В РАЗРЕЗЕ ФИЛЬТРАЦИИ

Рассчитать установившуюся фильтрацию — значит определить основные характеристики потока: направление, напоры, градиенты, скорости, расходы и т. д. для состояния установившегося, т. е. неизменного во времени, движения грунтовых вод.

Характеристики потока наиболее полно представлены на гидродинамической сетке, или сетке движения, к построению которой сводится расчет по методу ЭГДА (см. § 59).

§ 55. Необходимые условия моделирования

При расчете должны быть выполнены следующие необходимые условия моделирования:

1) геометрическое подобие модели и области фильтрации;

2) соответствие граничных условий: водопроницаемым участкам в природе (C_1 и C_2 на рис. 68,а) должны соответствовать на модели участки, проницаемые для электричества,— накладываются металлические шины (рис. 68,б); участкам водонепроницаемым — поверхности водоупора C_3, подземному контуру основания плотины C_0 — должны соответствовать участки, непроницаемые для электричества — обрез бумаги;

3) в случае однородной толщи для модели может быть использован материал любой проводимости c;

4) в случае неоднородной толщи:

а) внутренние контуры слоев или областей с различными коэффициентами фильтрации в природе и на модели должны быть геометрически подобны;

б) соотношение электропроводностей должно быть равно соотношению коэффициентов фильтрации:

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{k_1}{k_2}. \tag{XI,1}$$

Дополним характеристику граничных условий на контурах C_1 и C_2 (рис. 68,а). Будем вести отсчет уровней воды от поверхности дна реки, предполагая его горизонтальным. Обозначим уровни воды верхнего и нижнего бьефов соответственно h_1 и h_2. Вдоль контура C_1, т. е. вдоль исследуемого отрезка дна реки в верхнем бьефе, напор одинаков и равен h_1; вдоль контура C_2, т. е. вдоль исследуемого отрезка дна реки в нижнем бьефе, напор одинаков и равен h_2. Соответственно на модели потенциалы u_1 и u_2 (рис. 68,б) вдоль шины должны быть неизменными.

§ 56. Основные понятия и термины

Разность уровней воды в верхнем и нижнем бьефах названа *действующим напором* H:

$$H = h_1 - h_2 \ м, \tag{XI,2}$$

где h_1 и h_2 — отметки уровня воды в верхнем и нижнем бьефах плотины,
или

$$H = h_{max} - h_{min} \ м. \tag{XI,3}$$

Н. Н. Павловский ввел понятие *приведенный напор* h_r — напор, выраженный в долях (или в процентах) от действующего напора H, принятого за единицу. Соответствующий ему *действительный напор* h выражается в метрах.

Из определения следует, что приведенный напор h_r определяется формулой

$$h_r = \frac{h - h_{min}}{h_{max} - h_{min}} = \frac{h - h_{min}}{H}. \tag{XI,4}$$

Из (XI, 4) следует, что действительный напор h выражается формулой

$$h = (h_{max} - h_{min})\, h_r + h_{min} \ м, \tag{XI,5}$$

или

$$h = Hh_r + h_{min} \ м. \tag{XI,6}$$

Разность потенциалов, которая подается на модель $u = u_1 - u_2$, независимо от ее величины также принимается за единицу. *Приведенным потенциалом* u_r называется потенциал, выраженный в долях (или в процентах) от всей разности потенциалов $u_{max} - u_{min}$, принятой за единицу.

Так как для напорного потока существует прямая аналогия между напором h и потенциалом u, приведенный потенциал u_r и приведенный напор h_r численно равны:

$$h_r = u_r. \tag{XI,7}$$

Линия равного напора представляет собой геометрическое место точек с одинаковым напором; она выражается уравнением

$$h = \text{const}. \tag{XI,8}$$

Линия равного потенциала, или *эквипотенциаль,*— геометрическое место точек с одинаковым потенциалом — выражается уравнением

$$u = \text{const}. \tag{XI,9}$$

Линии тока ортогональны линиям равного напора или линиям равного потенциала. Уравнение *линии тока* фильтрационных вод имеет вид

$$\frac{\partial h}{\partial n} = 0; \tag{XI,10}$$

оно показывает, что по направлению, перпендикулярному к линии тока, напор постоянен.

Уравнение линии тока электричества имеет аналогичный вид

$$\frac{\partial u}{\partial n} = 0. \tag{XI,11}$$

§ 57. Выполнение простейших расчетов. Задачи прямые и «обращенные»

Для начального ознакомления с методом ЭГДА рассматривается случай напорной фильтрации под плотиной с плоским флютбетом в однородной среде. Когда на проницаемых участках модели закреплены шины, на них подается рабочее напряжение. Для этого шина, соответствующая верхнему бьефу, соединяется через провод с гнездом, обозначенным 100%, шина нижнего бьефа — с гнездом 0%, и вклю-

чается питающее устройство. Потенциалы 0% и 100% следует точно отрегулировать [1].

С помощью реохорда делим полную разность потенциалов на равные доли, например на 10. Установив реохорд на 10%, мы тем самым устанавливаем на одном конце диагонали моста 10% от полной разности потенциалов, т. е. приведенный потенциал u_r, равный 0,1 (или 10%) [2]. Передвигаем иглу по модели, находим точку, в которой потенциал составляет 0,1 от полной разности потенциалов (стрелка гальванометра не отклоняется).

Найдя ряд точек с приведенным потенциалом 0,1, соединим их плавной линией. Получим линию равного потенциала или эквипотенциальную линию, приведенный потенциал которой $u_r = 0{,}1$.

Таким же образом получим всю серию эквипотенциалей от $u_r = 0{,}1$ до $u_r = 0{,}9$; по линии дна верхнего бьефа (шина 1) $u_r = 1$, по линии дна нижнего бьефа (шина 2) $u_r = 0$. Выпишем значения приведенных потенциалов u_r на эквипотенциалях (см., например, рис. 90).

Эквипотенциальные линии на модели по аналогии соответствуют линиям равного напора в природе. Таким образом, мы получили серию линий равного приведенного напора h_r, численно равного приведенному потенциалу u_r.

Чтобы от приведенного напора h_r перейти к действительному напору h, следует воспользоваться формулой

$$h = (h_{\max} - h_{\min})\, h_r + h_{\min}\ м \tag{XI,5}$$

или

$$\boxed{h = (h_{\max} - h_{\min})\, u_r + h_{\min}\ \ м}\ ; \tag{XI,12}$$

здесь h — действительный напор — $м$; u_r — приведенный потенциал; $h_{\max}$ и $h_{\min}$ — максимальный и минимальный напоры в пределах исследуемой области фильтрации — $м$.

Если мы хотим получить линии равного напора для определенных значений напора, то следует заранее подсчитать соответствующие значения потенциалов (в долях от их максимальной разности). Линии равного напора

$$h = \text{const} \tag{XI,8}$$

---

[1] О практических приемах работы см. В. И. Панчишин. Эксплуатационная инструкция по обслуживанию и транспортировке интегратора ЭГДА-6/51. Киев, 1954.

[2] Приведенный потенциал удобнее выражать в долях, а не в процентах.

перпендикулярны к поверхности водонепроницаемых контуров — водоупора и основания плотины; вдоль указанных контуров проходят крайние линии тока.

Для наиболее полного представления о потоке строят дополнительно *линии тока*

$$\frac{\partial h}{\partial n} = 0, \qquad (XI,10)$$

которые перпендикулярны к линиям равного напора (XI,8).

Линии тока можно строить графически или получать с помощью прибора, переставив шины на те участки, где их не было (рис. 75). Линии тока и линии равного напора взаимосвязаны (рис. 76). При указанной перестановке шин линии равного напора и линии тока лишь меняются местами (Дружинин, 1956), на этом основана возможность получения тех и других решением «прямой» задачи и «обращенной». В «прямой» задаче получаем линии равного напора, в «обращенной» (после перестановки шин) — линии тока. Порядок решения тех и других одинаков. На модели в «обращенной» задаче фактически мы получаем эквипотенциали, но вследствие перестановки шин они соответствуют линиям тока фильтрационных вод в «прямой» задаче.

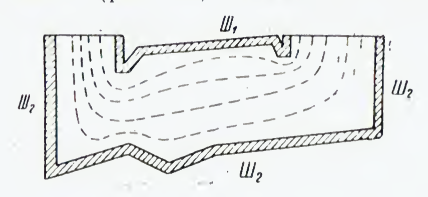


Рис. 75. Расположение шин на модели при получении линий тока (из книги В. И. Давидовича, 1932)

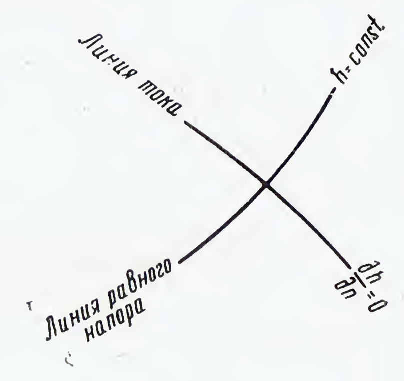


Рис. 76

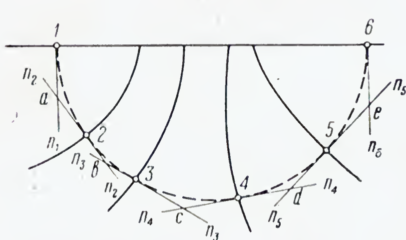


Рис. 77. Графический способ построения **линий тока (из книги** В. И. Давидовича, 1932)

Графический способ построения линий тока заключается в следующем (рис. 77). Получив линии равных напоров, за-

даемся какой-либо точкой 1 на контуре[1] C_1, отыскиваем на ближайшей линии равного напора такую точку 2, чтобы перпендикуляры, восставленные в этих точках, пересекаясь, давали бы равные отрезки $1 - a = a - 2$. Так же находятся остальные точки.

§ 58. Случай трех и более водопроницаемых границ

Если имеются две водопроницаемые границы, например, дно реки в верхнем и нижнем бьефах плотины, то, как указано выше, устанавливаются две шины и к ним подаются потенциалы 100% и 0%.

В природе нередки случаи, когда имеются три или больше водопроницаемых контуров. На некоторой глубине под пло-

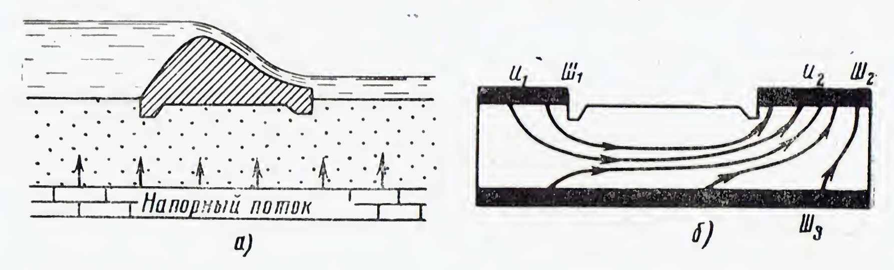


Рис. 78. а) Схема поступления напорных вод на глубине; б) расположение шин и линий тока

тиной могут поступать напорные воды (рис. 78,а), как например на Свирьстрое. В таком случае следует наложить дополнительную шину $Ш_3$ (рис. 78,б) с потенциалом, соответствующим напору подземных вод. Последний может оказаться больше или меньше напора верхнего бьефа. Потенциал 100% подается на шину, соответствующую наибольшему из трех напору h_{max}, 0% — на шину, соответствующую наименьшему напору h_{min}. Необходимый приведенный потенциал для шины с промежуточным значением напора h

$$h_{max} > h > h_{min}$$

подсчитывается по формуле

$$u_r = h_r = \frac{h - h_{min}}{h_{max} - h_{min}}, \qquad (XI,13)$$

где h — промежуточное значение напора на одной из трех шин.

---

[1] См. рис. 68а и б.

§ 59. Гидродинамическая сетка установившейся напорной двухмерной в разрезе фильтрации. Определение характеристик потока

Гидродинамическая сетка, или сетка движения, состоит из линий равного напора h=const (XI,8) и линий тока $\frac{\partial h}{\partial n} = 0$ (XI,10). Примеры сеток для напорного двухмерного в разрезе потока можно видеть в разделе IV. Линии равных напоров проведены через 0,1 $(u_{max} - u_{min})$. По дну реки в верхнем и в нижнем бьефах проходят крайние линии равных напоров — соответственно $h = h_{max}$ или $h_r = 1$ и $h = h_{min}$ или $h_r = 0$. По поверхности водоупора и по контуру основания сооружения проходят крайние линии тока. Линии равных напоров и линии тока взаимно перпендикулярны; они могут образовывать криволинейные квадраты или криволинейные прямоугольники.

Гидродинамическая сетка дает наиболее полное представление о фильтрационном потоке, является наиболее полным решением задачи фильтрации. По ней легко определяются основные характеристики потока.

Напор h определяется по линиям равных напоров. Если точка лежит между линиями равных напоров, то через нее следует провести линию тока и определить напор по интерполяции.

Градиент напора также может быть определен в любой точке области фильтрации. Через точку проводят линию тока (рис. 79). Градиент напора

$$I = \frac{\Delta h}{\Delta s}, \qquad \text{(XI,14)}$$

где Δh — разность напоров между двумя соседними линиями равных напоров — *м*, Δs — расстояние между теми же линиями равных напоров, измеренное по промежуточной линии тока с учетом масштаба чертежа — *м*.

Скорость фильтрации

$$v = k\frac{\Delta h}{\Delta s}, \qquad \text{(XI,15)}$$

где обозначения ясны из предыдущего.

Линиями тока ограничены *трубки тока*. Вдоль трубки тока расход имеет постоянную величину. Расход в пределах трубки тока — элементарный расход — характеризуется формулой

$$q_{эл} = k\frac{\Delta h}{\Delta s}\Delta l 1 \ \text{м}^3/\text{сут}, \qquad \text{(XI,16)}$$

где Δl — ширина трубки тока в пределах рассматриваемого элементарного объема — *м*, 1 — единичная ширина потока (перпендикулярно чертежу) — *м*. На рис. 80 изображен участок гидродинамической сетки, иллюстрирующий принятые обозначения.

При определении расхода двухмерного в разрезе потока по формуле (XI,16) величина Δl играет роль м о щ н о с т и

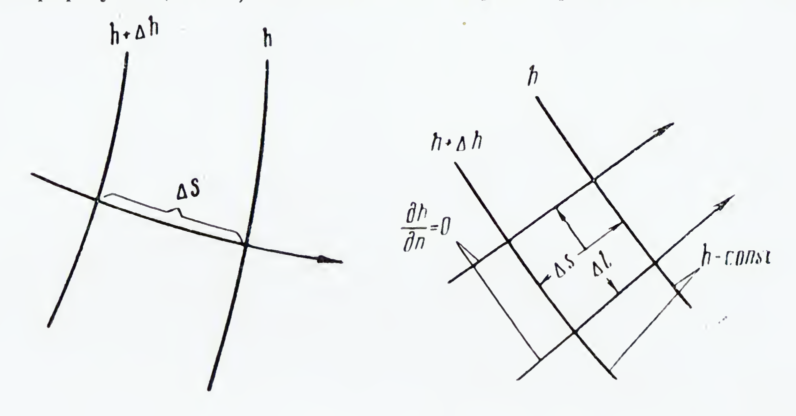


Рис. 79

Рис. 80. Участок гидродинамической сетки двухмерного фильтрационного потока

водоносной толщи в пределах выделенной трубки тока. Если во всей мощности фильтрующей толщи содержится n трубок тока с равными Δl, то общий расход потока на единичную ширину его определится по формуле

$$q = \sum_{m=1}^{n} k \frac{\Delta h}{\Delta s} \Delta l 1 = k \Delta h \Delta l \, 1 \sum_{m=1}^{n} \frac{1}{\Delta s_m} \text{ м}^3/\text{сут}, \qquad \text{(XI,17)}$$

где обозначения ясны из предыдущего.

При неоднородной среде (см. § 61) расход подсчитывается для каждого слоя отдельно с учетом коэффициента фильтрации k, а потом суммируется.

В случае квадратной сетки

$$\Delta s = \Delta l, \qquad \text{(XI,18)}$$

формулы (XI,16) — для определения элементарного расхода и (XI,17) — для определения общего расхода — упрощаются:

$$q_{\text{эл}} = k \Delta h 1 \text{ м}^3/\text{сут}, \qquad \text{(XI,19)}$$

$$q = k \Delta h n 1 \text{ м}^3/\text{сут}. \qquad \text{(XI,20)}$$

Гидродинамическая сетка дает весьма наглядное представление о характере потока. Непосредственно по сетке видно, на каких участках потока градиент больше (линии равных напоров сближены), на каких участках градиенты малы (линии равных напоров удалены).

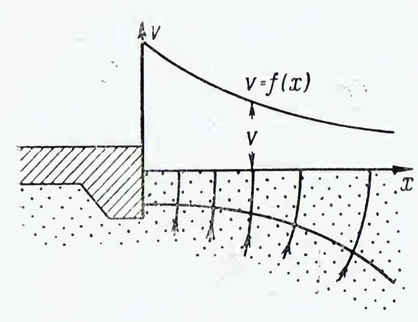


Рис. 81. Построение эпюры выходных скоростей (по В. И. Аравину, С. Н. Нумерову, 1955)

Так как скорость фильтрации пропорциональна градиенту, сближение линий равных напоров указывает места увеличения скоростей. Неравномерность ячеек сетки характеризует неравенство расходов через 1 $м^2$, что особенно наглядно проявляется в квадратной сетке.

Для практических целей полезно строить эпюры *выходных скоростей,* т. е. эпюры скоростей фильтрации при выходе из грунта или породы, например, по линии дна в нижнем бьефе плотины. Между двумя крайними линиями равных напоров (рис. 81) определяют скорости вдоль линий тока:

$$v = k\frac{\Delta h}{\Delta s}, \tag{XI,15}$$

измеряя расстояния Δs между линиями равных напоров. Найденные значения скоростей откладывают в определенном масштабе над соответствующими точками. Соединяя точки плавной кривой, получают эпюру или график выходных скоростей фильтрационного потока в нижнем бьефе плотины

$$v = f(x), \tag{XI,21}$$

где x — расстояние от основания плотины.

Эпюры напоров на сооружение (см. рис. 90—92) строятся следующим образом. Подземный контур сооружения на модели с нанесенными эквипотенциалями развертывают в прямую линию. От линии развернутого контура, в точках его пересечения с линиями равных напоров, откладывают в принятом масштабе соответствующие значения приведенных или действительных напоров. Плавная кривая, соединяющая полученные точки, представляет собой эпюру напоров по подземному контуру сооружения.

Аналогично можно построить эпюры напоров, скоростей или расходов по другим интересующим нас направлениям.

Гидродинамическую сетку не всегда необходимо строить полностью. Имея только линии равного напора, можно определить напор в любой точке области и построить эпюру напоров. Проведя линии тока только на отдельных участках области фильтрации, можем определить для этих участков градиент напора, скорость фильтрации, расход, а также построить эпюру выходных скоростей и другие.

§ 60. Неоднородная среда

Как уже указывалось, при моделировании неоднородной среды внутренние контуры области фильтрации на модели и в природе должны быть геометрически подобны, а отношение проводимостей материала модели должно соответствовать отношению коэффициентов фильтрации участков среды:

$$c_1 : c_2 : c_3 = k_1 : k_2 : k_3. \qquad \text{(XI,22)}$$

Если внутри водопроницаемого пласта имеется водонепроницаемая линза, на модели вырезается отверстие соответствующей формы, что соответствует бесконечно большому сопротивлению.

В однородной среде линии равных напоров и линии тока имеют плавный характер. В неоднородной среде на границе раздела слоев происходит преломление линий тока и линий равных напоров, сетка движения меняет свой характер; если в слое с коэффициентом фильтрации k_1 сетка была квадратной, то в слое с коэффициентом фильтрации k_2 она становится прямоугольной (см. рис. 93).

На рис. 82 изображена поверхность раздела слоев с различными коэффициентами фильтрации и преломление линий тока и равного напора. Коэффициент фильтрации нижнего слоя больше коэффициента фильтрации верхнего слоя: $k_2 > k_1$.

Вектор скорости $\vec{v}_1$ на границе слоев меняет свое направление на $\vec{v}_2$, при этом соотношение углов падения и преломления определяется формулой

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{k_1}{k_2}, \qquad \text{(XI,23)}$$

где α_1 — угол между касательной к линии тока в верхнем слое и перпендикуляром к поверхности раздела слоев; α_2— то-

же в нижнем слое; k_1 и k_2 — коэффициенты фильтрации соответственно верхнего и нижнего слоев.

При переходе из менее проницаемой среды в более проницаемую линия тока отклоняется от нормали, проведенной к поверхности раздела слоев. Преломление линии тока аналогично преломлению светового луча. Линии тока как бы проходят слабо проницаемый слой по более короткому пути и удлиняют свой путь по слою, хорошо проницаемому (рис. 83).

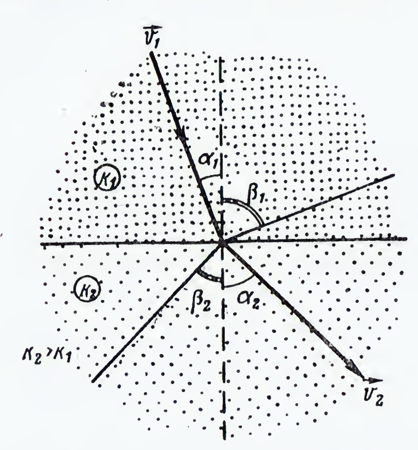


Рис. 82. Преломление линии тока и линии равного напора на границе слоев разной водопроницаемости

Перпендикулярные им линии равных напоров (рис. 82) отклоняются по соотношению

$$\frac{\operatorname{tg}\beta_1}{\operatorname{tg}\beta_2} = \frac{k_2}{k_1}, \qquad (XI,24)$$

где β_1 и β_2 — углы между касательными к линиям равных напоров соответственно в верхнем и в нижнем слоях и перпендикуляром к поверхности раздела слоев.

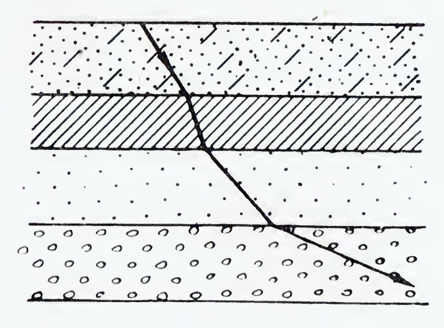


Рис. 83. Преломление линии тока в слоистой толще

Учебная задача № 3 (§ 68) решена для напорного потока под плотиной при двухслойном строении фильтрующей толщи. По гидродинамической сетке (рис. 93) хорошо видно отклонение линий тока и линий равных напоров при входе в нижний слой.

Ввиду некоторой специфики изготовления модели для обращенной задачи в случае двухслойного строения фильтрующей толщи необходимо сделать некоторое пояснение.

В *прямой задаче* отношение производимостей двух сортов бумаги, используемых для модели, равно отношению коэффициентов фильтрации

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{k_1}{k_2}. \qquad (XI,1)$$

В случае прямой задачи закон отклонения эквипотенциалей и линий равных напоров одинаков, т. е.

$$\frac{\operatorname{tg} \beta_1}{\operatorname{tg} \beta_2} = \frac{k_2}{k_1} = \frac{c_2}{c_1}, \qquad (XI,25)$$

поэтому условие (XI,1) обеспечивает нужный закон преломления линий равных напоров.

В *обращенной задаче* эквипотенциали соответствуют линиям тока. Закон преломления тех и других противоположен, что видно из сравнения (XI,23) и (XI,24).

Для того чтобы обеспечить отклонения эквипотенциалей по закону отклонения линий тока, необходимо расположить полосы бумаги в обращенной задаче так, чтобы слою с бóльшим коэффициентом фильтрации соответствовала полоса бумаги с меньшей проводимостью, и наоборот, т. е.

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{k_2}{k_1}. \qquad (XI,26)$$

В таком случае на модели отклонение эквипотенциали, которая в обращенной задаче соответствует линии тока в натуре, будет происходить по закону преломления линии тока, и для линии тока будем иметь

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{k_1}{k_2} = \frac{c_2}{c_1}. \qquad (XI,27)$$

Практические указания по изготовлению модели даны в описании задачи № 3.

§ 61. Подбор депрессионных кривых и участка высачивания

Установившийся двухмерный в разрезе поток со свободной поверхностью, после того как найдено очертание депрессионной кривой, может рассматриваться как поток напорный в области, ограниченной сверху водонепроницаемой поверхностью.

Рассмотрим процесс нахождения депрессионной кривой. Предварительно полезно напомнить понятия *напор* и *давление.*

Вначале рассмотрим поток со свободной поверхностью (рис. 84,а). Внутри потока на высоте y над плоскостью срав-

нения наметим некоторую точку a. Если мы опустим пьезометр в эту точку, вода в нем поднимется до депрессионной поверхности потока на высоту h_p (при одномерном потоке),

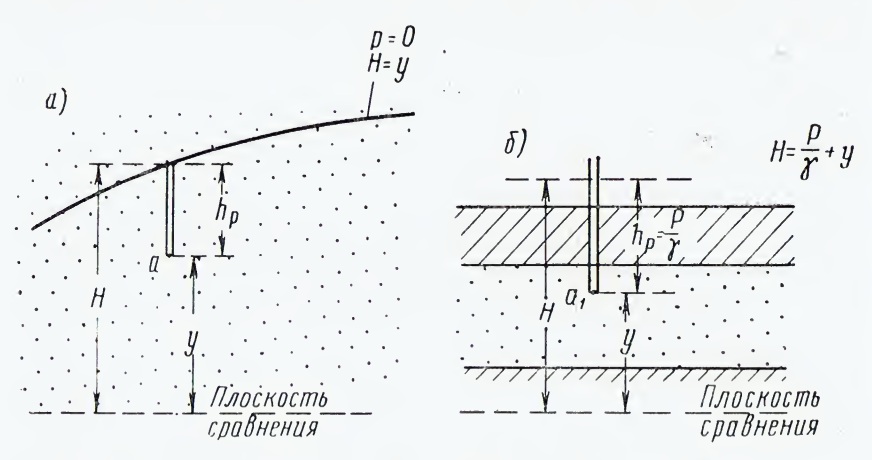


Рис. 84. Схемы, иллюстрирующие понятия *пьезометрический напор* и *давление:* а) поток со свободной поверхностью; б) напорный поток

которая называется пьезометрической высотой или высотой давления.

Давление p в точке a равно весу столба жидкости высотой h_p

$$p = h_p\gamma \ \ кг/см^2, \qquad (XI,28)$$

откуда

$$h_p = \frac{p}{\gamma} \ см; \qquad (XI,29)$$

здесь[1] p — давление, измеряемое в $кг/см^2$; h_p — пьезометрическая высота — $см$; γ — удельный вес жидкости — $кг/см^3$.

Напор H в точке a определяется равенством

$$H = h_p + y = \frac{p}{\gamma} + y \ см, \qquad (XI,30)$$

что очевидно из рис. 84.

---

[1] Размерности указаны в смешанной системе единиц (Щелкачев, Лапук, 1949, стр. 74).

Напор численно равен сумме пьезометрической высоты и координаты точки или, другими словами, напор численно равен сумме: высота давления + высота положения. Напор измеряется в сантиметрах или в метрах.

На свободной поверхности давление равно атмосферному и, так как оно везде одинаково, принимается равным нулю:

$$p = 0. \qquad \text{(XI,31)}$$

В таком случае

$$H = y, \qquad \text{(XI,32)}$$

т. е. *на свободной поверхности потока напор численно равен ординате y.*

Если в потоке со свободной поверхностью и горизонтальным водоупором отсчитывать напоры и уровни от поверхности водоупора, то величина напора H численно совпадает с отметкой уровня воды и мощностью слоя h:

$$H = h = y. \qquad \text{(XI,32a)}$$

Для *напорного потока* (рис. 84,б) также:

$$H = h_p + y = \frac{p}{\gamma} + y \ \text{см}, \qquad \text{(XI,33)}$$

где обозначения те же.

Участок высачивания. Рассмотрим в схеме фильтрацию через земляную перемычку и через тело земляной плотины (рис. 85,а и б).

Депрессионная кривая при установившемся движении потока является линией тока. Она удовлетворяет трем условиям:

$$p = 0, \qquad \text{(XI,31)}$$

$$h = y, \qquad \text{(XI,32a)}$$

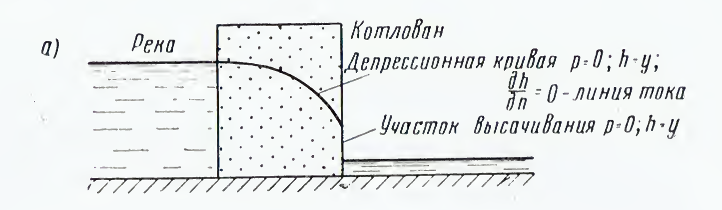
$$\frac{\partial h}{\partial n} = 0. \qquad \text{(XI,10)}$$

На откосах значительной крутизны, особенно при близком залегании водоупора, депрессионная кривая выклинивается выше уровня воды дренирующего водотока; образуется участок высачивания, на поверхности которого вода испаряется или стекает; это не линия тока. На его поверхности давление равно атмосферному, а напор равен ординате, т. е. на участке высачивания имеются два условия:

$$p = 0, \qquad \text{(XI,31)}$$

$$h = y. \qquad \text{(XI,32a)}$$

При фильтрации через землянную плотину от верхнего бьефа к нижнему в теле плотины образуется депрессионная поверхность фильтрационного потока, а на откосе нижнего бьефа — участок высачивания. Заранее мы не знаем ни формы депрессионной кривой, ни высоты высачивания. Обе величины определяются подбором.



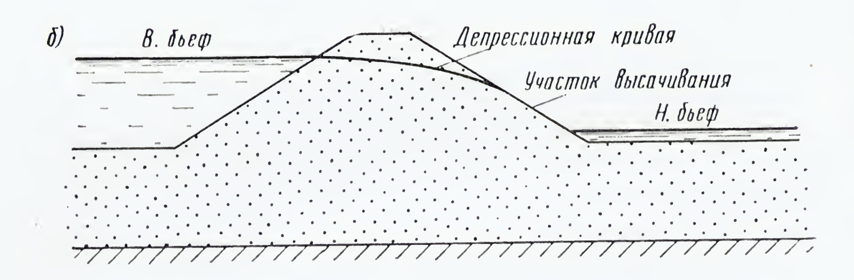


Рис. 85. Участок высачивания: а) на откосе перемычки; б) на откосе плотины

Подбор депрессионной кривой выполняется по следующему принципу.

Депрессионная кривая, форма которой нам заранее неизвестна, является граничной линией тока и удовлетворяет условию $\frac{\partial h}{\partial n} = 0$ (XI,10). На модели она должна быть представлена обрезом бумаги.

Модель вырезается с запасом заведомо выше предполагаемой депрессионной линии, с соблюдением геометрического подобия остальной части модели. Высоту на модели, соответствующую действующему напору *H*, делят на 10 (или 5) равных частей и проводят вспомогательные линии (рис. 86).

Верхние и нижние линии соответствуют приведенным потенциалам $u_r = 1$ и $u_r = 0$. Промежуточные линии соответствуют десятым долям приведенного потенциала от 0,1 до 0,9.

По условию на депрессионной кривой соблюдается условие

$$h = y, \qquad (XI,32а)$$

следовательно, на обрезе модели должно соблюдаться условие

$$u = ay, \qquad (XI,34)$$

где a — коэффициент пропорциональности.

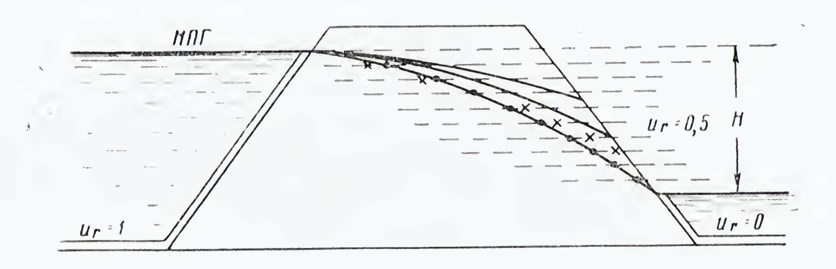


Рис. 86. Принцип подбора депрессионной кривой (из работы П. Ф. Фильчакова и В. И. Панчишина, 1954)

Вдоль фильтрующих откосов плотины устанавливаются шины и на них подается рабочее напряжение 100% и 0%. С помощью делителя напряжения (реохорда) последовательно настраиваем измерительный мост на напряжения через каждые 10% от всей разности потенциалов.

Так как на обрезе модели, соответствующем депрессионной кривой, должно быть выполнено условие

$$u_r = ay, \qquad (XI,35)$$

то обрез модели должен пересекаться с вспомогательными линиями в точках, в которых потенциал равен указанному на линиях.

Проводя иглой вдоль вспомогательной линии, соответствующей установленному на реохорде приведенному потенциалу [1], ищем на модели точку с равным потенциалом (гальванометр не отклоняется), фиксируем ее на модели и переходим к следующему u_r. Соединяя точки плавной линией, получим депрессионную кривую в первом приближении.

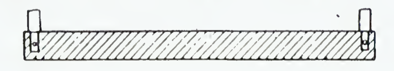


Рис. 87. Линейная шина

Подрезая модель и повторяя те же действия, после двух—трех приближений определим истинное положение депрессионной линии. Так как после изменения размера модели несколько изменяется распределение потенциалов, обрезать модель при первых приближениях следует не по полученным точкам, а несколько выше, чтобы не «зарезать» модель.

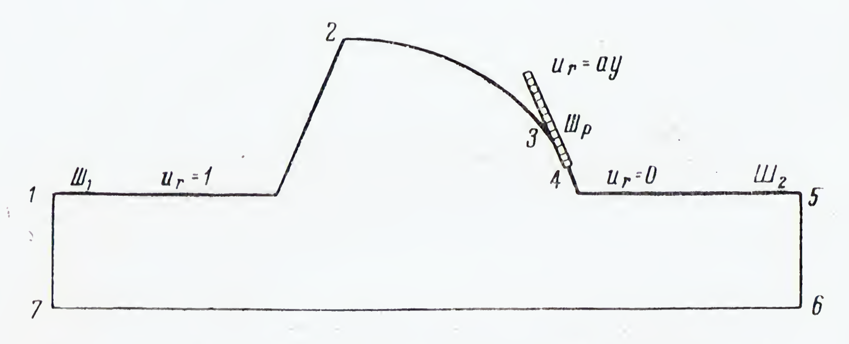


Рис. 88. Общий вид модели при расчете фильтрации через тело земляной плотины

Подбор депрессионной кривой описан отдельно в целях упрощения. Практически подбор депрессионной кривой и участка высачивания делается совместно (см. задачу № 4 по методу ЭГДА, § 69 и рис. 94).

Для определения участка высачивания вдоль нижней части откоса плотины в нижнем бьефе применяют линейную, или распределительную (или также обтекающую) шину (рис. 87). Последняя состоит из тонкой манганиновой проволоки, намотанной на гибкую пластинку из диэлектрика; она может быть

---

[1] Если мы взяли с реохорда $u_r = 0{,}5$, то ведем иглой по вспомогательной линии 0,5.

устроена и другим способом. Распределительная шина должна иметь электропроводность значительно больше, чем материал модели. Вдоль линейной шины потенциал падает по линейному закону. К нижнему ее концу, который соответствует уровню нижнего бьефа, подводится напряжение 0%, к верхнему концу подводится потенциал соответственно его высотному положению. Вдоль шины осуществляется необходимое условие

$$u_r = ay. \tag{XI,35}$$

При наличии линейной шины подбор депрессионной кривой и определение высоты высачивания производятся аналогично вышеописанному.

Общий вид модели при расчете фильтрации через тело земляной модели показан на рис. 88. Отдельные границы модели соответствуют следующим условиям:

в природе:	на модели:
1 — 2 проницаемый участок: $h = \text{const} = h_1$;	металлическая шина: $u_1 = 1$;
2 — 3 свободная поверхность: $p = 0$, $h = y$, $\frac{\partial h}{\partial n} = 0$ — линия тока;	соприкасается с диэлектриком, находится подбором;
3 — 4 — поверхность высачивания: $p = 0$, $h = y$;	линейная шина; потенциал меняется линейно $u_r = ay$;
4 — 5 — проницаемый участок: $h = \text{const} = h_2$;	металлическая шина: $u_2 = 0$;
6 — 7 — водоупор;	диэлектрик;
5 — 6 — поток отсутствует;	диэлектрик;
1 — 7 — поток отсутствует;	диэлектрик.

§ 62. Условия подобия. Взаимно-однозначное соответствие

Н. Н. Павловский доказал, что характер и распределение линий равного напора не зависят от абсолютной величины коэффициентов фильтрации, от величин напоров верхнего и нижнего бьефов и от действующего напора, а зависят лишь от конфигурации подземного контура сооружения и контура водонепроницаемого слоя.

Условия подобия для напорной фильтрации заключаются в следующем:

1) геометрическое подобие области фильтрации и
2) соответствие граничных условий,

а при неоднородности пород — кроме того:

3) геометрическое подобие внутренних контуров и
4) соответствие отношений коэффициентов фильтрации пород и проводимостей материала модели.

При однородной среде геометрическое подобие и соответствие граничных условий обеспечивают подобие объектов.

Решение по методу ЭГДА, выполненное для одного случая напорной фильтрации (построенная гидродинамическая сетка или только линии равных напоров), справедливо для всех других случаев при том же очертании области фильтрации и характере границ; оно справедливо для любых коэффициентов фильтрации, линейных размеров области, напоров верхнего и нижнего бьефов и величины действующего напора. Одно решение справедливо для *группы подобных случаев*.

Между элементами фильтрационного потока в природе и соответствующими элементами электрического тока на модели существует взаимно-однозначное соответствие (см. § 18): между напором и напряжением, градиентом напора и градиентом электрического поля, между эквипотенциалями и линиями равных напоров и т. д. (см. табл. 36, § 52).

ГЛАВА XII

ОСНОВЫ И ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ЭГДА ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ПЛАНОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

§ 63. Аналогия между установившейся фильтрацией со свободной поверхностью в пористой среде и стационарным движением электричества в проводнике

В настоящей главе рассматриваются расчеты плановой фильтрации для потоков грунтовых вод со свободной поверхностью, на которой давление p равно атмосферному и принимается равным нулю.

В плановой фильтрации вектор скорости может быть разложен на две составляющие $\vec{v}_x$ и $\vec{v}_y$.

Расчет фильтрации для потока со свободной поверхностью по методу ЭГДА выполняется несколько иначе, чем для напорной фильтрации, так как имеется математическое различие в существе аналогии для напорного и безнапорного потоков.

Дифференциальные уравнения установившегося движения имеют вид:

для электрического потенциала	для напорного потока	для планового потока со свободной поверхностью
$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0,$	$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0,$	$\frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h^2}{\partial y^2} = 0,$
где u — потенциал,	где h — напор,	где h — мощность водоносного слоя,
уравнение Лапласа	уравнение Лапласа	уравнение Дюпюи—Форхгеймера[1].

[1] См. стр. 23.

В напорном потоке потенциалу u соответствует напор h; в потоке со свободной поверхностью потенциалу u соответствует квадрат мощности водоносного слоя h^2.

Полезно сопоставить некоторые формулы для напорного и безнапорного потоков.

Для *напорного потока* приведенный напор h_r выражается формулой

$$h_r = \frac{h - h_{\min}}{h_{\max} - h_{\min}}; \qquad (XI,4)$$

а так как

$$h_r = u_r, \qquad (XI,7)$$

то для определения действительного напора в случае напорного потока служит формула

$$\boxed{h = (h_{\max} - h_{\min})\, u_r + h_{\min}}. \qquad (XI,12)$$

Из формулы (XI,12) следует, что при расчете напорной фильтрации приведенный потенциал u_r вычисляется по формуле

$$\boxed{u_r = \frac{h - h_{\min}}{h_{\max} - h_{\min}}}. \qquad (XI,13)$$

Для *безнапорного потока* приведенный напор h_r выражается формулой

$$h_r = \frac{h^2 - h^2_{\min}}{h^2_{\max} - h^2_{\min}}; \qquad (XII,1)$$

следовательно,

$$h^2 = (h^2_{\max} - h^2_{\min}) h_r + h^2_{\min}; \qquad (XII,2)$$

а так как

$$h_r = u_r, \qquad (XI,7)$$

то формула для перехода от приведенного потенциала к действительной отметке уровня воды, отсчитываемой от поверхности водоупора, в безнапорном потоке имеет вид

$$\boxed{h^2 = (h^2_{\max} - h^2_{\min})\, u_r + h^2_{\min}}. \qquad (XII,3)$$

Из формулы (XII,3) следует, что при расчете плановой задачи для грунтовых вод (потока со свободной поверх-

ностью) приведенный потенциал u_r должен вычисляться по формуле

$$\boxed{u_r = \frac{h^2 - h^2_{min}}{h^2_{max} - h^2_{min}}}. \qquad (XII,4)$$

Сравнение соответствующих формул для напорных и безнапорных вод (XI,12) и (XII,3), а также (XI,13) и (XII,4) показывает, что они построены одинаково, но отличаются степенью величин h.

При подсчете приведенного потенциала u для численно равных значений напора h мы получим разные величины u_r в зависимости от характера потока.

Рассмотрим пример, в котором $h_1 = h_{max} = 75$ *м*, $h_2 = h_{min} = 25$ *м*, $h_3 = 50$ *м*.

В случае напорного потока приведенный потенциал для границы с промежуточной величиной напора $h_3 = 50$ *м* подсчитывается по формуле для напорного потока:

$$u_r = \frac{h_3 - h_{min}}{h_{max} - h_{min}} = \frac{50 - 25}{75 - 25} = \frac{25}{50} = 0,5;$$

в случае потока со свободной поверхностью приведенный потенциал для аналогичной границы подсчитывается по формуле для безнапорного потока:

$$u_r = \frac{h_3^2 - h^2_{min}}{h^2_{max} - h^2_{min}} = \frac{50^2 - 25^2}{75^2 - 25^2} = 0,375.$$

Сказанное иллюстрируется табл. 37.

Это различие в решении тех и других задач необходимо учитывать.

Таблица 37

Значения напоров на границе области h, *м*		75	50	25
Соответствующие значения приведенных потенциалов u_r	в напорном потоке	1	0,5	0
	в безнапорном потоке	1	0,375	0

§ 64. Применение метода ЭГДА к расчетам плановой фильтрации для безнапорных потоков

В практике гидрогеолога встречается необходимость рассчитать плановую фильтрацию грунтовых вод. Расчеты двухмерной в плане фильтрации для потока со свободной поверхностью имеют свою специфику:

1) область фильтрации нередко имеет значительные размеры; определяющие процесс граничные условия бывают удалены на большое расстояние от участка, для которого требуется ответ;

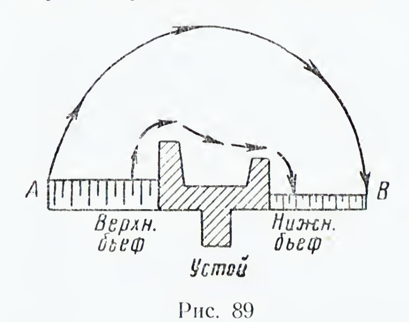


Рис. 89

2) *распределение эквипотенциалей* на плоской модели (будь то модель из листа электропроводной бумаги или из электролита, налитого в ванночку) подчинено линейному закону, а *распределение гидроизогипс* (линий равного напора) подчинено квадратичной зависимости; поэтому при определении приведенного потенциала, соответствующего нужной нам гидроизогипсе, необходимо пользоваться формулой (XII,4).

В связи с большими размерами области фильтрации и необходимостью иметь ответ для небольшого участка области, целесообразно применять *различные масштабы моделирования.* Например, если требуется рассчитать фильтрацию в обход устоев плеча плотины, моделируют всю область в мелком масштабе[1]. Одну из полученных эквипотенциалей закрепляют шиной и моделируют часть области (рис. 89) в крупном масштабе.

Пример решения двухмерной в плане фильтрации для потока грунтовых вод рассмотрен в учебной задаче № 5 (§ 70), результаты расчета представлены на рис. 95 и 96.

---

[1] Масштаб выбирают так, чтобы модель была удобной для работы.

РАЗДЕЛ IV

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ ПО МЕТОДУ ЭГДА

Практические занятия по методу электрогидродинамических аналогий включают 5 расчетов установившейся фильтрации. При их выполнении наряду с проработкой данных, изложенных в разделе III, студент осваивает теорию, аппаратуру и практические приемы выполнения расчетов. В задачах осуществляется переход от наиболее простых расчетов напорной фильтрации в однородной среде (задачи № 1, 2 и 2а) к неоднородной среде (задача № 3), к определению формы депрессионной кривой и участка высачивания (задача № 4) и к расчету плановой фильтрации со свободной поверхностью (задача № 5). По каждой из перечисленных задач при прохождении практикума требуется построить гидродинамическую сетку, уметь определить по ней основные характеристики потока, построить эпюры скоростей и напоров. Рис. 90—96 иллюстрируют характер результативных данных.

§ 65. Учебная задача № 1 (метод ЭГДА). Расчет фильтрации под плотиной в однородной толще

Гидрогеологические условия

Плотина шириной 37 *м* расположена на песчаной однородной толще мощностью 82,5 *м* с коэффициентом фильтрации $k = 10$ *м/сут*.

Уровень воды в верхнем бьефе 12 *м*, в нижнем 2 *м*.

Водоупор горизонтален.

Требуется:

1. Построить гидродинамическую сетку через десятые доли приведенного напора.

2. Определить расход фильтрации под плотиной на 1 *м* ширины потока.

3. Построить эпюры: а) выходных скоростей и б) приведенных напоров.

Длину моделируемого участка положим равной 185 *м* (пятикратная ширина плотины).

Масштаб модели 1 : 500.

Решение задачи

1. *Прямая задача — определение линий равных напоров*

Вследствие симметрии области фильтрации относительно вертикальной оси задачу решаем для половины области. В масштабе 1 : 500 вырезаем из электропроводной бумаги модель половины данного участка, оставляя полоски бумаги шириной 0,5 *см* для присоединения шин по всей длине области фильтрации верхнего и нижнего бьефов. Присоединяем шины и подключаем их к источнику тока, причем шину верхнего бьефа — к гнезду с индексом 100%, шину нижнего бьефа — 0%.

Включаем прибор и устанавливаем на шинах точное значение потенциала (исключаем влияние подводящих проводов) Затем, устанавливая делитель напряжения в положения 10%, 20%,..., 90%, строим последовательно линии равных потенциалов с интервалом в 10%. На этих линиях пишем величину приведенного потенциала в долях единицы и действительный напор в метрах, подсчитываемый по формуле:

$$h = (h_{\max} - h_{\min})\, u_r + h_{\min} \ \text{м}. \qquad \text{(XI,12)}$$

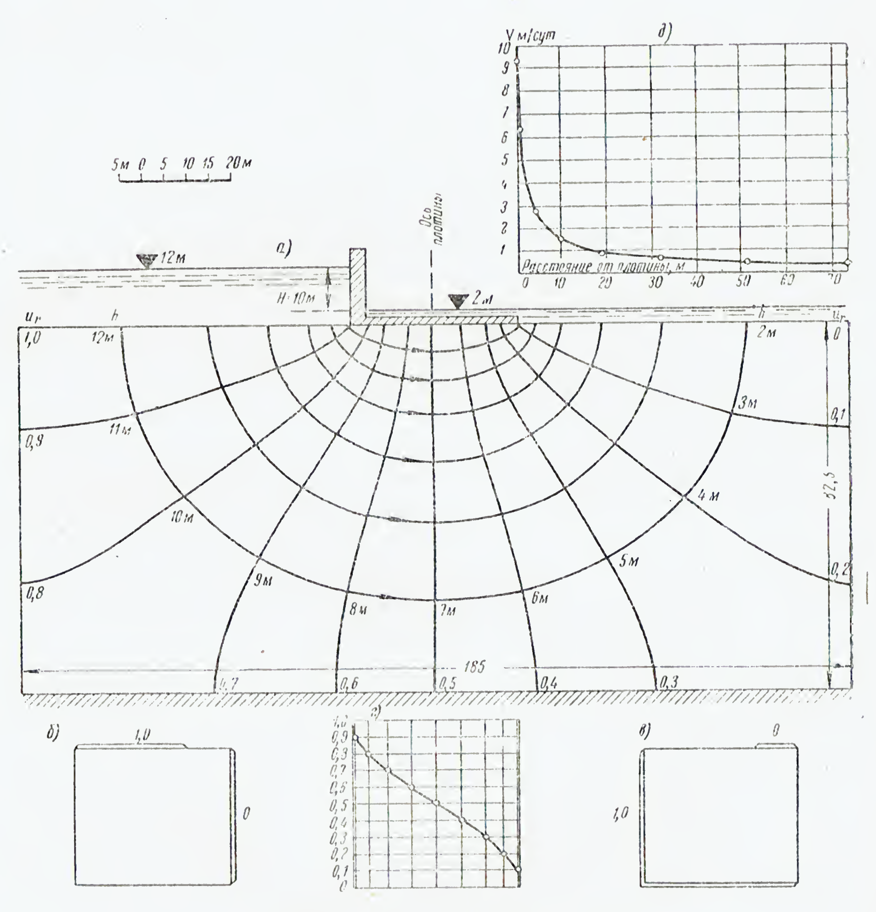
2. *Обращенная задача — определение линий тока.*

Вырезаем другую модель нашего участка, оставляя полоски для шин вдоль тех границ модели, где не было шин в прямой задаче. Присоединяем шины и подключаем их к источнику тока, без учета его полярности. Включаем прибор и опять устанавливаем на шинах точное значение потенциала

Если ставится задача получения квадратной гидродинамической сетки, то следует предварительно подсчитать приведенные потенциалы, которые будут определять линии тока. Для этого отсек между двумя соседними линиями равных напоров разбиваем на глаз или при помощи измерителя на криволинейные квадраты отрезками линий тока и подсчитываем их количество. Если отсек не делится на целое число квадратов, то в зависимости от величины остатка он включается или не включается в число квадратов.

Пусть число квадратов — m. Искомый интервал приведенного потенциала равен $\frac{1}{m}$, т. е. линии тока будем проводить, устанавливая делитель напряжения в положения:

$$\frac{1}{m}\,100\,\%,\ \ \frac{2}{m}\,100\,\%,\ \ \ldots,\ \frac{m-1}{m}\,100\,\%.$$



Учебная задача № 1 (метод ЭГДА)

Рис. 90. Расчет фильтрации под плотиной в однородной толще: а) гидродинамическая сетка; б) схема присоединения шин в прямой задаче; в) схема присоединения шин в обращенной задаче; г) эпюра приведенных напоров под плотиной; д) эпюра выходных скоростей

В результате получим гидродинамическую сетку, квадратную или близкую к ней, с равновеликими по расходу трубками тока.

Расход фильтрации рассчитываем по формуле

$$Q = mk \frac{\Delta h}{\Delta s} \cdot \Delta l \cdot 1,$$

где Δl — ширина трубки тока — *м*, Δs — длина пути фильтрации между двумя линиями равных напоров — *м*, Δh — падение напора — *м*, m — число трубок тока.

Так как построенная сетка квадратная, т. е. $\Delta s = \Delta l$, и трубки равновелики по расходу, то

$$Q = mk\,\Delta h 1 = 7 \cdot 10 \ \text{м/сут} \cdot 1 \ \text{м} \cdot 1 \text{м} = 70 \text{м}^3/\text{сут}.$$

Затем строим эпюру выходных скоростей, пользуясь формулой

$$v = k \frac{\Delta h}{\Delta s}.$$

Результат решения изображен на рис. 90.

§ 66. Учебная задача № 2 (метод ЭГДА). Расчет фильтрации под плотиной в однородной толще при наличии шпунта

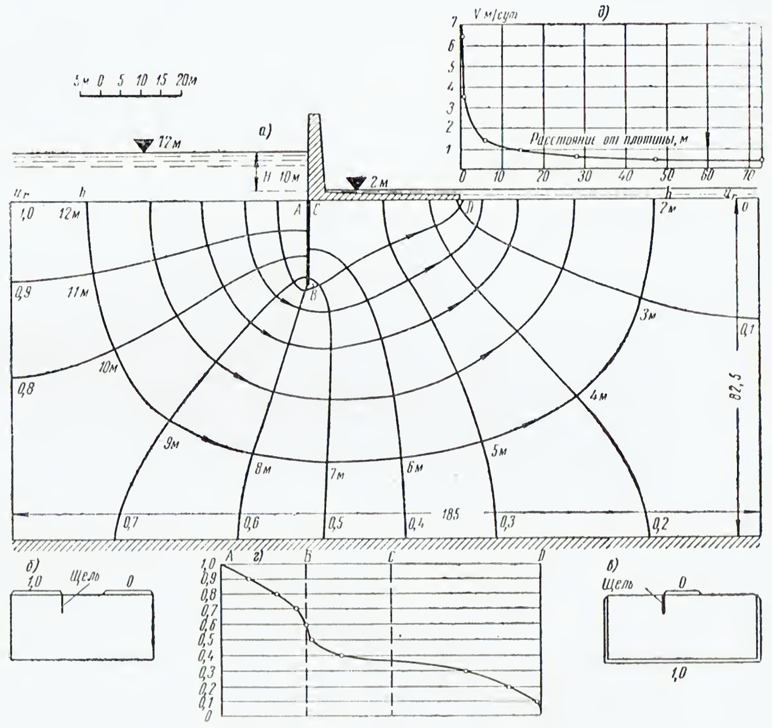
Гидрогеологические условия и требования те же, что в задаче № 1 (§ 65), лишь на границе плотины со стороны верхнего бьефа установлен шпунт на глубину 21 *м*.

Решение прямой и обращенной задач проводится так же, как в задаче № 1.

В прямой задаче для моделирования шпунта мы прорезаем щель в электропроводной бумаге по линии шпунта и вставляем в нее полоску обыкновенной бумаги, чтобы не было контакта между разрезанными частями электропроводной бумаги. Действительно: шпунт является водонепроницаемой преградой для фильтрующегося потока, следовательно, на электрической модели через линию, обозначающую положение шпунта, не должен течь ток, что и достигается прорезанием щели.

В обращенной задаче по линии шпунта устанавливается полосовая шина (латунная или медная полоска при помощи зажимного ключа ребром прижимается к модели).

Так как основание плотины и шпунт представляют собой один контур обтекания потока, то на полосовую шину подается тот же потенциал, что и на шину, установленную по линии основания плотины.



Учебная задача № 2 (метод ЭГДА)

Рис. 91. Расчет фильтрации под плотиной в однородной толще при наличии шпунта: а) гидродинамическая сетка; б) схема присоединения шин к модели в прямой задаче; в) схема присоединения шин к модели в обращенной задаче; г) эпюра приведенных напоров на подземном контуре сооружения; д) эпюра выходных скоростей

Расход фильтрации рассчитываем по построенной квадратной сетке, пользуясь формулой

$$Q = mk\Delta h 1 = 6 \cdot 10 \ \text{м/сут} \cdot 1\text{м} \cdot 1\text{м} = 60 \ \text{м}^3/\text{сут}.$$

Затем строим эпюру приведенных напоров и эпюру выходных скоростей (рис. 91).

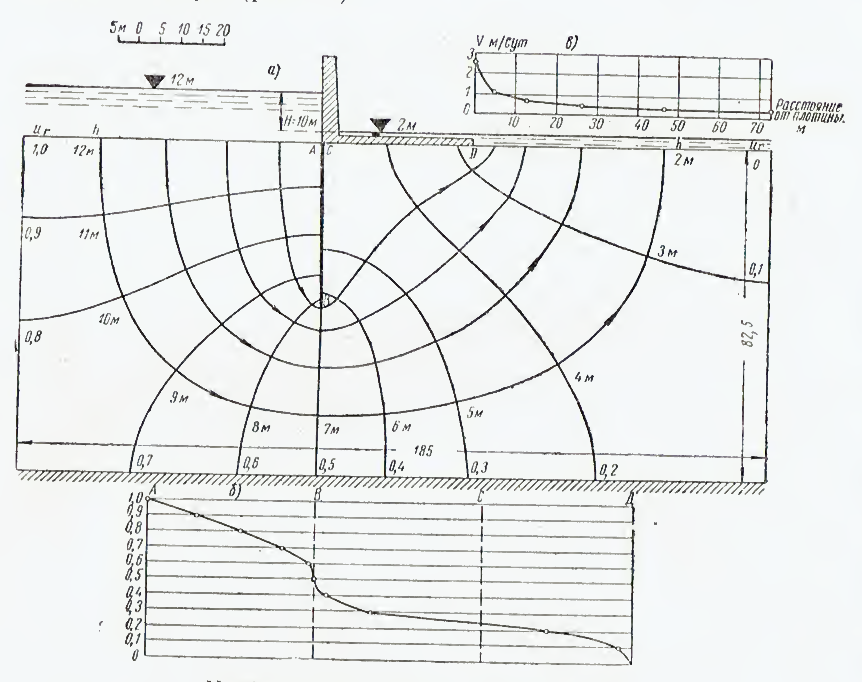
§ 67. Учебная задача № 2а (метод ЭГДА). Расчет фильтрации под плотиной в однородной толще при наличии шпунта

Эта задача отличается от предыдущей только длиной шпунта (40 *м*).

После построения гидродинамической сетки вычисляем расход

$$Q = mk\,\Delta h\,1 = 5 \cdot 10\ \text{м/сут} \cdot 1\text{м} \cdot 1\text{м} = 50\ \text{м}^3/\text{сут}$$

и строим эпюры (рис. 92).



Учебная задача № 2а (метод ЭГДА)

Рис. 92. Расчет фильтрации под плотиной в однородной толще при наличии шпунта: а) гидродинамическая сетка; б) эпюра приведенных напоров на подземном контуре сооружения; в) эпюра выходных скоростей

Сравнивая результаты решения задач № 1, 2, и 2а, можно убедиться в следующем: при наличии шпунта и увеличении его длины фильтрационный расход под плотиной и выходные скорости уменьшаются, а также уменьшается гидродинамическое давление на основании плотины (рис. 90—92).

§ 68. Учебная задача № 3 (метод ЭГДА). Расчет фильтрации под плотиной в двухслойной толще

Гидрогеологические условия

Плотина шириной 37 *м* расположена на двухслойной толще мощностью 82,5 *м*. Верхний слой с коэффициентом фильтрации $k_1 = 1$ *м/сут* имеет ту же мощность, что и нижний. Коэффициент фильтрации нижнего слоя $k_2 = 3{,}6$ *м/сут*. Водоупор горизонтален. Уровень воды верхнего бьефа 12 *м*, нижнего 2 *м*.

Требуется:

1. Построить гидродинамическую сетку с разностью напора 1 *м*.
2. Определить единичный расход фильтрации под плотиной.
3. Построить эпюры: а) выходных скоростей и б) приведенных напоров.

Длину моделируемого участка положим равной 185 *м* (пятикратная ширина плотины).

Масштаб модели 1 : 500.

Решение задачи

Для изготовления моделей подбираем два сорта электропроводной бумаги с отношением удельных проводимостей

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{k_1}{k_2} = \frac{1}{3{,}6}\,[1].$$

Затем делаем две заготовки для моделей. Для этого надо взять два куска выбранной бумаги с разной проводимостью и склеить их электропроводным клеем[2]. Куски склеиваются внакладку, ширина захода одного листа бумаги на другой 1,5—2 *мм*. Следует иметь в виду, что для уменьшения ошибки, вносимой швом, он должен быть отнесен к бумаге с большей проводимостью (на обеих моделях).

После высыхания клея из одной заготовки вырезаем модель для прямой задачи, из другой — для обращенной, оставляя в нужных местах полоски для прикрепления шин.

При изготовлении моделей необходимо помнить, что у модели прямой задачи электропроводность верхней половины

---

[1] Определение удельных поверхностей см. в работе (Фильчаков, Панчишин, 1955).

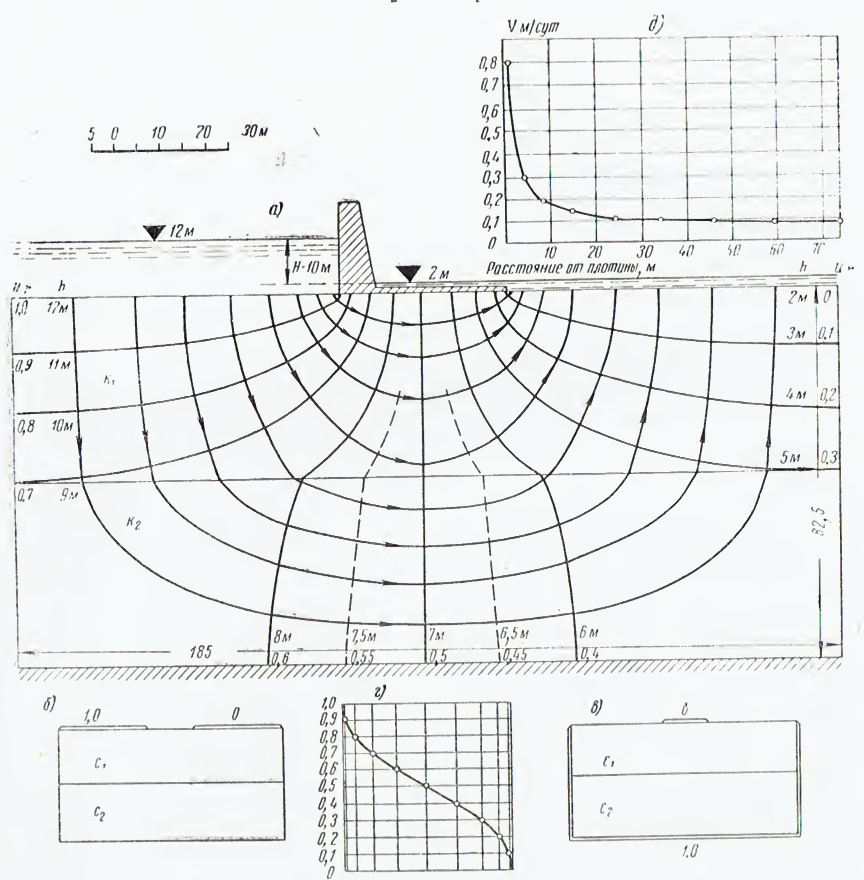
[2] О составе электроповодного клея см. § 71.

модели c_1 и нижней половины c_2 относятся как соответствующие коэффициенты фильтрации, т. е.

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{k_1}{k_2}, \tag{XI,1}$$

а у модели обращенной задачи

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{k_2}{k_1}, \tag{XI,26}$$



Учебная задача № 3 (метод ЭГДА)

Рис. 93. Расчет фильтрации под плотиной в двухслойной толще: а) гидродинамическая сетка; б) схема присоединения шин к модели в прямой задаче; в) схема присоединения шин к модели в обращенной задаче; г) эпюра приведенных напоров под плотиной; д) эпюра выходных скоростей

т. е. в прямой задаче участку области фильтрации с бо̀льшим коэффициентом фильтрации соответствует участок модели с бо̀льшей проводимостью, а в обращенной задаче — наоборот (см. § 60).

Условия этой задачи отличаются от условий задачи № 1 только параметрами области фильтрации. Поэтому после изготовления моделей (прямой и обращенной) ход решения такой же, как в задаче № 1.

После построения гидродинамической сетки (рис. 93) вычисляем единичный расход потока

$$Q = mk_1\Delta h 1 = 9 \cdot 1 \ \textit{м/сут} \cdot 1\textit{м} \cdot 1\textit{м} = 9 \ \textit{м}^3/\textit{сут}$$

и строим эпюры скоростей и напоров.

§ 69. Учебная задача № 4 (метод ЭГДА). Расчет фильтрации через тело земляной плотины

Гидрогеологические условия

Земляная плотина шириной по основанию 39 *м*, высотой 9,5 *м*, с углом откоса 30° расположена на песчаной однородной толще мощностью 15 *м* с коэффициентом фильтрации $k = 10$ *м/сут*.

Уровень воды в верхнем бьефе 8,5 *м*, в нижнем 1 *м*. Водоупор горизонтален. Коэффициент фильтрации грунта, слагающего плотину, принят равным также 10 *м/сут*.

Требуется:

1. Построить линии равного напора через десятые доли приведенного напора с предварительным определением кривой депрессии и высоты высачивания.

2. Определить единичный расход фильтрационного потока.

Длина моделируемого участка (с плотиной в середине) 85 *м*.

Решение задачи

В масштабе 1 : 100 из электропроводной бумаги вырезаем модель данного участка вместе с плотиной, оставляя полоски бумаги для присоединения шин вдоль откосов плотины и дна верхнего и нижнего бьефов.

Затем на модели проводим линии, соответствующие уровням воды верхнего и нижнего бьефов. Расстояние между этими линиями в выбранном масштабе является действующим напором *H*. Делим высоту *H* на 10 равных частей и проводим

соответствующие делению вспомогательные горизонтальные линии на модели (рис. 94), обозначив их 0; 0,1; 0,2; 0,3;... 0,9; 1,0 начиная с линии уровня нижнего бьефа.

Рассмотрим определение контура модели и назначение *граничных условий.* Пока не найдена депрессионная кривая в теле плотины, вырезанная модель еще не отвечает условию геометрического подобия исследуемой области фильтрации, так как часть плотины, находящаяся выше депрессионной кривой, не является областью фильтрации.

Одной из границ области фильтрации является депрессионная кривая в теле плотины; являясь линией тока, она должна быть задана на модели обрезом бумаги, форма которого должна быть найдена подбором (см. § 61).

Смачиваемые участки верхнего и нижнего бьефов, являясь линиями равных напоров, задаются на модели эквипотенциальными шинами. Линия водоупора и линии, ограничивающие длину исследуемого участка, рассматриваются как линии тока и задаются на модели обрезом бумаги. На откосе плотины возможно образование участка высачивания, высота которого заранее также неизвестна (см. § 61) и должна быть найдена расчетом.

Рассмотрим как выполняется *подбор депрессионной кривой.*

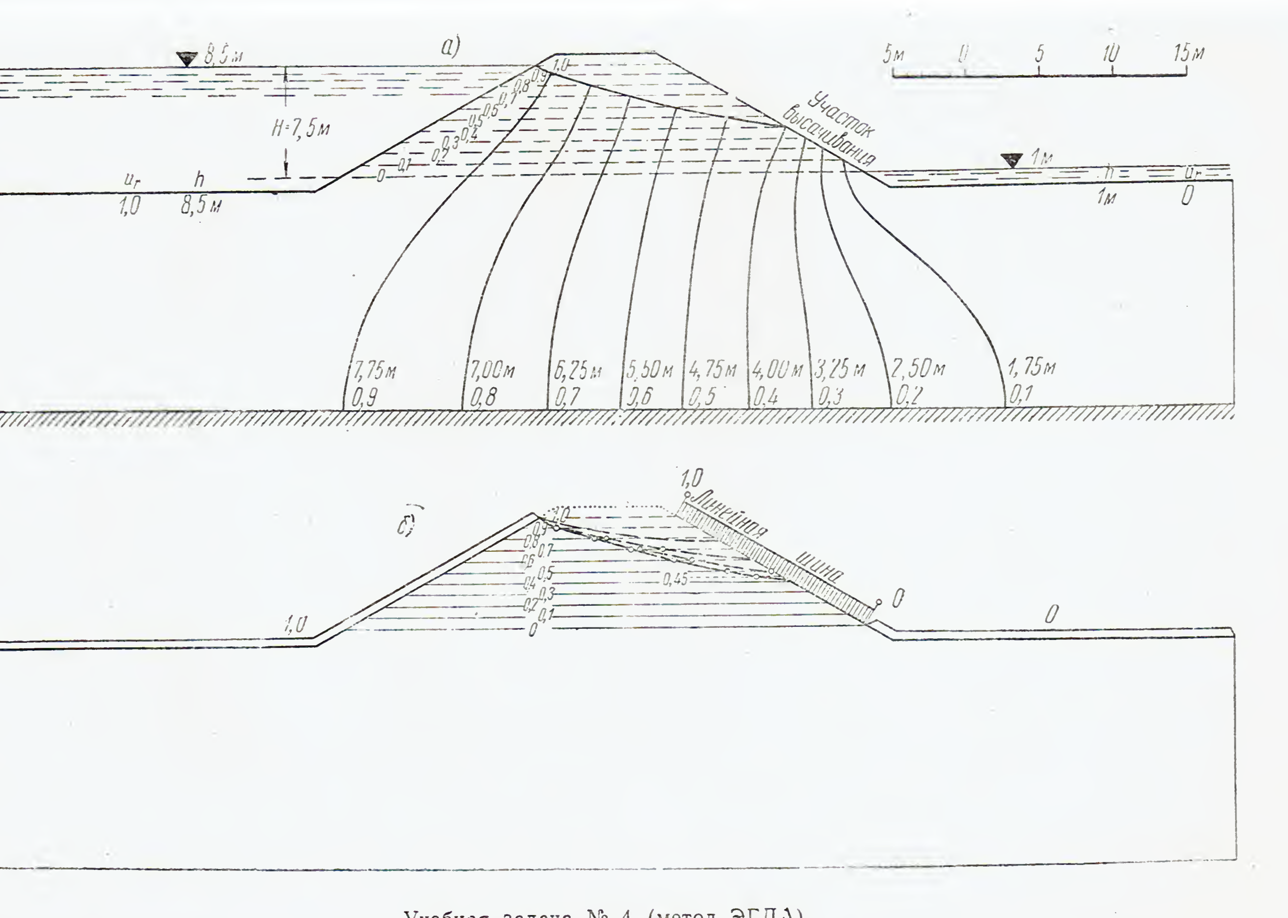
Поскольку депрессионная кривая есть свободная поверхность, напор в каждой ее точке пропорционален высоте этой точки от плоскости сравнения.

Если за плоскость сравнения выбрать уровень воды в нижнем бьефе, то приведенный напор, а следовательно, и приведенный потенциал будут равны высоте y, отсчитанной от этой плоскости и выраженной в долях от действительного напора H, т. е.

$$u_r = h_r = \frac{y}{H}.$$

Из сказанного вытекает, что искомая депрессионная кривая в точках пересечения с проведенными на модели вспомогательными линиями должна иметь приведенный потенциал, указанный на этих линиях, и в то же время быть обрезом бумаги (граничной линией тока), т. е. удовлетворять двум требованиям.

Поэтому для построения депрессионной кривой следует на каждой вспомогательной линии на модели найти точку с соответствующим этой линии приведенным потенциалом, соединить эти точки плавной кривой и отрезать бумагу не-



Учебная задача № 4 (метод ЭГДА)

Рис. 94. Расчет фильтрации через тело земляной плотины на водопроницаемом основании: а) результат расчета — линии равных напоров; б) схема модели и присоединения шин

много выше этой линии. (Бумагу надо обрезать осторожно, чтобы не «зарезать» модель.) Точку на линии 1;0 искать не надо, так как она находится на откосе плотины (начало депрессионной кривой).

Отрезав часть электропроводной бумаги, мы тем самым изменим электрическое поле в модели; следовательно, изменятся и потенциалы в найденных точках. Поэтому необходимо повторять всю операцию и подрезать модель до тех пор, пока полученная кривая не будет удовлетворять обоим требованиям.

Таким образом, мы постепенно, последовательными приближениями, построим депрессионную кривую в теле плотины. При этом одновременно должен быть определен участок высачивания.

Рассмотрим, как находится *участок высачивания.*

Напор в каждой точке участка высачивания пропорционален высоте этой точки (см. § 61). Конфигурация участка высачивания совпадает с откосом плотины. Следовательно, нам известен закон изменения напора и форма поверхности потока на участке высачивания.

Для того чтобы обеспечить линейное падение потенциала вдоль участка высачивания, на модели по линии откоса плотины (со стороны нижнего бьефа) устанавливается линейная шина, один конец которой находится на линии уровня воды нижнего бьефа. Длина этой шины должна быть не меньше предполагаемой высоты участка высачивания. Если второй конец этой шины находится на уровне воды в верхнем бьефе, то к этому концу подводится потенциал 100% (потенциал шины верхнего бьефа); если же линейная шина оканчивается ниже, то с делителя рабочего напряжения к ее верхнему концу подводится потенциал, соответствующий высоте:

$$u_r = \frac{y}{H} 100\%.$$

Нижний конец линейной шины имеет потенциал шины нижнего бьефа 0%.

Линейная шина представляет собой прямоугольную изоляционную пластинку, на которую намотан провод, оголенный с ребра пластинки.

Установленная ребром шина обеспечивает контакт с моделью и благодаря тому, что удельная проводимость шины много больше удельной проводимости электропроводной бумаги, задает вдоль линии кантакта на модели линейное падение потенциала, что и требуется на участке высачивания.

Подключив к модели эквипотенциальные шины верхнего и нижнего бьефов и линейную шину вдоль откоса плотины и задав нужные потенциалы на них, находим описанным выше методом, постепенно подрезая модель, депрессионную кривую (см. рис. 94).

Первое приближение следует сделать на глаз, проведя линию, лежащую заведомо выше истинной депрессионной кривой.

Построив окончательную депрессионную кривую, ищем линии равных напоров.

Расход подсчитываем, разбив какой-либо отсек линиями тока, по формуле

$$Q = \sum_{i=1}^{n} q_i = \sum_{i=1}^{n} k \frac{\Delta h}{\Delta s_i} \cdot \Delta l_i = k \Delta h \sum_{i=1}^{n} \frac{\Delta l_i}{\Delta s_i} .$$

В данном случае подсчет сделан по отсеку между линиями равных напоров 5,50 *м* и 4,75 *м*.

Данные отдельных измерений представлены в табл. 38.

Таблица 38

Δl	Δs	$\frac{\Delta l}{\Delta s}$
3,50	3,50	1
3,50	3,50	1
3,60	3,60	1
3,85	3,85	1
4,00	4,00	1
1,80	4,20	0,43

$$\sum \frac{\Delta l}{\Delta s} = 5,43$$

$Q = 10 \cdot 0,75 \cdot 5,43 = 40,76$ *м³/сут*;

$Q \approx 41$ *м³/сут* на 1 *м* ширины потока.

§ 70. Учебная задача № 5 (метод ЭГДА). Расчет обходной фильтрации у плеча плотины

Гидрогеологические условия

На реке с отметкой уровня воды 25 *м* построена плотина. Величина подпора реки 25 *м*.

Река дренирует поток грунтовых вод, который имеет отметку зеркала 75 *м* на расстоянии 25 *км* от берега реки.

Водоупор имеет горизонтальную поверхность с отметкой 0 *м*.

Береговой массив сложен в зоне аэрации тяжелыми суглинками, вследствие чего инфильтрация с поверхности земли отсутствует. В зоне подпора и ниже развиты пески с коэффициентом фильтрации $k = 10$ *м/сут*.

Водоносный горизонт имеет свободную поверхность.

В районе плотины берег реки прямолинейный.

Плотина имеет ширину 20 *м* и такой же длины устой в глубь берега.

Требуется:

1. Построить и проанализировать карту гидроизогипс в районе примыкания плотины для участка берега по 25 *км* в сторону верхнего и нижнего бьефов. Изогипсы получить через 5 *м*.

2. Определить длину береговой полосы, вдоль которой происходит потеря воды на фильтрацию в обход плеча плотины.

3. Построить линии тока путем решения обращенной задачи.

4. Определить область обходной фильтрации.

5. Определить расход обходной фильтрации.

Масштаб общей модели 1 : 100 000, масштаб фрагмента у плотины 1 : 10 000.

Решение задачи

При решении задачи сделаны следующие допущения:

1) уровень грунтовых вод на расстоянии 25 *км* от реки принят неизменяющимся после сооружения плотины;

2) берег реки на всем рассматриваемом отрезке принимается прямолинейным;

3) изменение береговой линии в верхнем бьефе не учитывается;

4) уклон реки не учитывается.

1. *Прямая задача — определение гидроизогипс.*

В масштабе 1 : 100 000 вырезаем из электропроводной бумаги модель исследуемой области, оставляя полоски по 0,5 *см* со всех четырех сторон модели.

Отмечаем на модели положение устоя плотины и подключаем шины по всей длине верхнего и нижнего бьефов, оставляя зазор между шинами в месте плотины (в зазор вставляется листок обыкновенной бумаги с целью устранения контакта шин верхнего и нижнего бьефов). К противоположной части

модели подключаем шину, моделирующую изогипсу с отметкой 75 *м*.

Оставшиеся неиспользованными полоски по краям модели понадобятся при решении обращенной задачи. В прямой задаче они не вносят искажений в решение, так как длина моделируемой области произвольна в сторону увеличения.

На шины, соответствующие экстремальным отметкам (25 *м* и 75 *м*), подаем рабочую разность потенциалов (0 и 100%), а потенциал шины верхнего бьефа (отметка 50 *м*) подсчитываем по формуле

$$u_r = \frac{h^2 - h^2_{\min}}{h^2_{\max} - h^2_{\min}}, \qquad \text{(XII,4)}$$

где h — мощность водоносного горизонта в верхнем бьефе;

$$u_r = \frac{50^2 - 25^2}{75^2 - 25^2} = 0{,}375,$$

или в процентах $u_r = 37{,}5\%$.

Этот потенциал подается на шину верхнего бьефа со специального делителя напряжения.

По той же формуле считаем приведенные потенциалы искомых гидроизогипс через 5 *м* (табл. 39):

Таблица 39

h	h^2	$h^2 - h^2_{\min}$	u_r
30	900	275	0,055
35	1225	600	0,120
40	1600	975	0,195
45	2025	1400	0,280
50	2500	1875	0,375
55	3025	2400	0,480
60	3600	2975	0,595
65	4225	3600	0,720
70	4900	4275	0,855

Задаваясь вычисленными значениями приведенных потенциалов, строим гидроизогипсы, ставя на них соответствующие отметки уровня и приведенные потенциалы.

При построении изогипсы с отметкой 50 *м* определяется особая точка *а* — входа этой изогипсы в линию верхнего

бьефа. Расстояние между этой точкой и плотиной определяет длину береговой полосы, вдоль которой происходит потеря воды на фильтрацию в обход плеча плотины,— 3,85 *км.*

2. *Обращенная задача — определение линий тока.*

Поскольку в прямой задаче было три эквипотенциальные границы, а остальные границы суть линии тока (две линии, ограничивающие исследуемый район, и контур обтекания устоя плотины, который задавался зазором между шинами верхнего и нижнего бьефа), то в обращенной задаче также должно быть три эквипотенциальные границы. Однако, если решать обращенную задачу по фрагментам, то можно будет каждый раз иметь только две эквипотенциальные границы, что значительно проще.

Для решения задачи по фрагментам необходимо обрезать полоски для шин прямой задачи и разрезать модель по гидроизогипсе с отметкой уровня воды верхнего бьефа (50 *м*).

Теперь на каждую часть модели (см. схему присоединения шин в обращенной задаче на рис. 95) можно устанавливать шины для решения обращенной задачи по обычному правилу (там, где в прямой задаче были шины, должен быть обрез; где был обрез, должны быть шины); так как гидроизогипса с отметкой 50 *м* является на модели прямой задачи эквипотенциалью, в обращенной задаче она должна быть представлена обрезом.

Шиной, моделирующей устой плотины, является проволочка, которую надо прижать к модели в месте плотины.

Построение линий тока начинаем на той части модели, в которой нет плотины. Подав на шины рабочее напряжение, ставим щуп (иглу) в точку a (см. выше) и ищем приведенный потенциал этой точки, подбирая такое положение реохорда измерительного устройства, в котором гальванометр показывает 0. Затем строим эквипотенциаль при найденном положении реохорда (рис. 95).

Эта линия будет являться линией тока, разделяющей поток грунтовых вод на две части: слева от этой линии поток дренируется верхним бьефом, справа—нижним бьефом (в этом нетрудно убедиться, если провести две линии тока, сколь угодно близкие к найденной,— справа и слева от нее). Затем строим линии тока таким образом, чтобы трубки тока были равны между собой по расходу. Для этого берем какой-либо отсек между двумя изогипсами и делим его линиями тока, вправо и влево от уже проведенной, на прямоугольники с равными отношениями $\frac{\Delta l}{\Delta s}$ (в частном случае на квадраты,

т. е. $\frac{\Delta l}{\Delta s} = 1$). В нашей задаче такой отсек образован изогипсами с отметками 55 *м* и 60 *м.*

Устанавливая щуп последовательно в каждую точку, найденную при делении отсека на квадраты, и находя потенциал в этой точке тем же способом, что и в точке a, проводим линии тока полностью.

Прежде чем установить шины на оставшуюся часть модели, приложим ее к первой части и отметим карандашом точки против найденных линий тока. Подав рабочее напряжение на шины, будем находить потенциалы в поставленных точках, включая и точку a, и строить эквипотенциали. Мы получим продолжения линий тока, найденных на первом фрагменте модели. Линия тока, выходящая из точки a, является границей области обходной фильтрации у плеча плотины. В этом также легко убедиться, проводя линии тока, близкие к ней.

С целью более детального исследования области обходной фильтрации изготавливаем две модели области в масштабе 1 : 10 000 для прямой и обращенной задачи (рис. 96).

Приведенные потенциалы для построения изогипс подсчитываются по той же формуле:

$$u_r = \frac{h^2 - h^2_{min}}{h^2_{max} - h^2_{min}}, \qquad (XII,4)$$

где

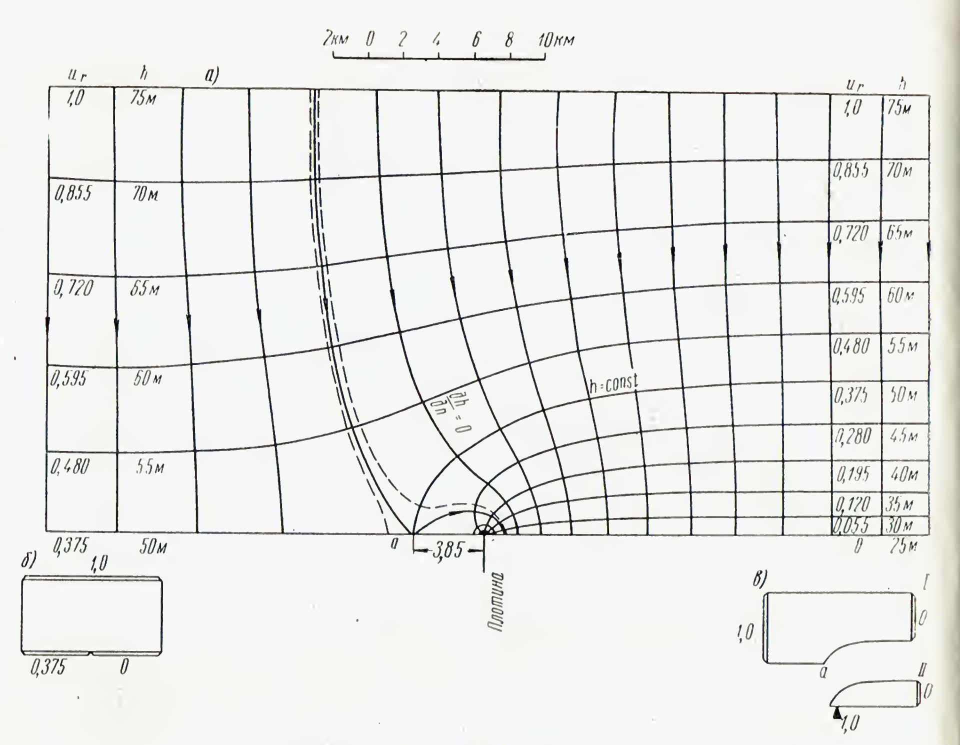
$h_{min} = 25 м$, $h_{max} = 50 м$ (см. табл. 40).

Таблица 40

h	h^2	$h^2 - h^2_{min}$	u_r
30	900	275	0,147
35	1225	600	0,320
40	1600	975	0,521
45	2025	1400	0,747

В обращенной задаче одна шина устанавливается по границе области обходной фильтрации, другая — в месте устоя плотины (квадратик из фольги 2 × 2 *мм*).

Проводим 4 линии тока, которые разбивают весь поток обходной фильтрации на 5 трубок тока. Чтобы трубки тока



Учебная задача № 5 (метод ЭГДА)

Рис. 95. Расчет обходной фильтрации у плеча плотины: а) гидродинамическая сетка; б) схема присоединения шин к модели в прямой задаче; в) схема присоединения шин к модели в обращенной задаче

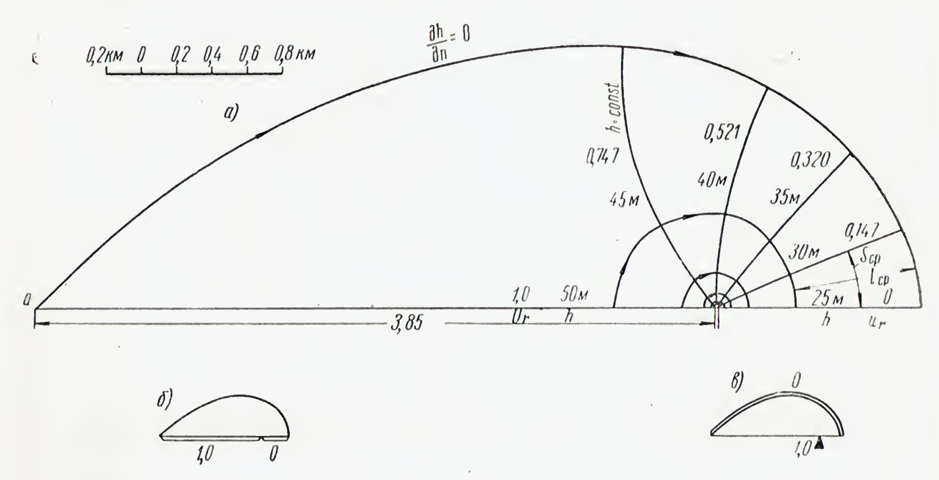


Рис. 96. Область обходной фильтрации (деталь рис. 95): а) гидродинамическая сетка; б) схема присоединения шин к модели в прямой задаче; в) схема присоединения шин к модели в обращенной задаче

были равновелики по расходу, эквипотенциали на модели, которые являются линиями тока для фильтрации, проводим с постоянным интервалом $1/5$:

$$u_r = 0{,}2;\ 0{,}4;\ 0{,}6;\ 0{,}8.$$

Для определения *расхода обходной фильтрации* подсчитаем расход во внешней трубке тока между изогипсами 25 *м* и 30 *м* и умножим его на 5 (число трубок тока), так как они по расходу равновелики.

В выбранной трубке тока изогипсу 30 *м* можно считать прямолинейной (см. рис. 96); в таком случае:

$$q = k\,\frac{h_2^2 - h_1^2}{2} \cdot \frac{l_{ср}}{s_{ср}}\,5;$$

$$l_{ср} = 690\ м; \qquad s_{ср} = 330\ м;$$

$$q = 10\,\frac{30^2 - 25^2}{2} \cdot \frac{690}{330} \cdot 5 = 14\,370\ м^3/сут.$$

Описание построенной гидродинамической сетки (рис. 95)

Полученная гидродинамическая сетка представляет собой *карту гидроизогипс* с нанесенными линиями тока. Она характеризует зеркало грунтовых и фильтрационных вод в береговом массиве в районе примыкания плотины при установившейся фильтрации для предельного состояния в условиях подпора реки плотиной.

Так как исследованный участок имеет значительное протяжение вдоль реки, по карте можно составить представление о характере зеркала грунтовых вод при естественных природных условиях и о тех изменениях, которые произошли в результате сооружения плотины, а также о характере и размерах обходной фильтрации.

Естественное зеркало грунтовых вод при ненарушенных природных условиях характеризуется крайним правым участком карты для района нижнего бьефа, удаленного от плотины; поверхность параболическая; на расстояние 20—25 *км* от реки уклоны зеркала 0,0014, с приближением к реке уклоны увеличивались до 0,004 и более.

Подземное питание реки до сооружения плотины было равно приблизительно 1 $м^3/сут$ на 1 $м$ береговой линии [1].

После сооружения плотины и развития подпора на удаленных от плотины участках водохранилища уклоны уменьшились, грунтовое питание сократилось [2] приблизительно до 0,6 $м^3/сут$.

У примыкания плотины возникла обходная фильтрация. Длина береговой линии в верхнем бьефе, вдоль которой происходит потеря воды на обходную фильтрацию, составляет 3,85 *км* (от плотины до точки *a*).

В глубь берега зона обходной фильтрации распространяется приблизительно на 1,5 *км*.

Потери воды на обходную фильтрацию составляют 14 370 $м^3/сут$. Наибольшие уклоны и скорости имеют место около устоя плотины.

Поток, расположенный правее линии тока, проходящей через точку *a*, поступает в нижний бьеф.

§ 71. Практические указания

1. Список деталей для упрощенной установки ЭГДА

1. Питающее устройство — газотронный выпрямитель на напряжение 5—30 *в*.
2. Реохорды школьные.
3. Шины.
4. Подводящие провода.
5. Гальванометр (нуль-прибор).
6. Щуп (игла) — изготовлен из цангового карандаша.
7. Доска.

[1] Подсчет расхода потока на участке около реки:

$$q_1 = k\frac{h_2 + h_1}{2}\cdot\frac{h_2 - h_1}{\Delta s}\cdot 1 = 10\cdot\frac{30+25}{2}\cdot\frac{30-25}{1250} = 10\cdot 27{,}5\cdot 0{,}004 = 1{,}1\ м^3/сут;$$

подсчет для удаленного участка

$$q_1 = 10\cdot\frac{75+70}{2}\cdot\frac{75-70}{3550} = 10\cdot 72{,}5\cdot 0{,}00141 = 1{,}04\ м^3/сут.$$

[2] Подсчет для крайнего левого участка сетки

$$q_2 = 10\cdot\frac{55+50}{2}\cdot\frac{55-50}{4450} = 10\cdot 52{,}5\cdot 0{,}00112 = 0{,}588\ м^3/сут.$$

8. Электропроводная бумага.

Примечание. Шины использовались от стационарного прибора ЭГДА.

2. Клей для электропроводной бумаги

На слабом огне растворить поливиниловый спирт в пропорции 70 *г* спирта на 1 *л* воды. В горячий клей добавить сажи в пропорции 0,5—5 *г* сажи на 100 *г* клея в зависимости от требуемой проводимости клея. Чтобы клей не заплесневел, добавить в него кристаллик фенола (карболовая кислота). Формалин и другие дубящие вещества добавлять нельзя.

3. Клей для приклеивания проволочных шин к бумаге

Смешать пополам клеи БФ-2 и БФ-6 и добавить сажи до получения необходимого порядка проводимости. (После прогревания высохшего клея при температуре 70—100° проводимость клея увеличивается в несколько раз.)

Пользоваться клеем так: проволочную шину расположить по заданному контуру и промазывать клеем небольшие отрезки, сразу прижимая проволоку к модели листом чистой бумаги. Когда клей подсохнет (минут 5), прогладить не очень горячим утюгом или подержать под сильной лампой. Бумагу осторожно оторвать (останется узкая полоска над проволочкой, которая не будет мешать).

Для изменения консистенции клея можно добавлять ацетон и спирт.

Общее заключение

В настоящем пособии рассмотрены два метода аналогий— метод гидравлических аналогий В. С. Лукьянова и метод электрогидродинамических аналогий (ЭГДА) Н. Н. Павловского.

Первый метод рассмотрен применительно к расчетам неустановившейся фильтрации, второй — применительно к расчетам установившейся фильтрации.

Оба метода дают возможность выполнять расчеты для сложных расчетных схем и условий со значительным приближением к природным условиям, для которых другие методы расчетов оказываются беспомощными.

Оба рассмотренных метода дают численное решение дифференциальных уравнений. Они являются достижением отечественной науки. Метод гидравлических аналогий отмечен

Государственной премией, присужденной автору метода в 1951 г. Расчеты выполняются с помощью гидравлического интегратора в одном случае, и электро-интегратора ЭГДА— в другом.

Применяемая аппаратура, по меткому выражению С. Н. Нумерова, представляет собой «овеществленную математику» [1].

Указанные *интеграторы* являются счетно-решающими математическими машинами непрерывного действия (Кобринский, 1957). Решение той или иной задачи на этих интеграторах есть результат *расчета,* а не эксперимента или моделирования, как иногда неправильно говорят.

По каждому методу даны теоретические основы и методические указания, описана аппаратура и практические приемы работы, дано описание ряда задач и полученных результатов. Учебными задачами охвачен довольно широкий круг вопросов.

Проработав пособие и решив учебные задачи, гидрогеолог сможет применять рассмотренные методы аналогий в своей работе.

В настоящее время, когда эти методы получают все большее распространение, освоение их учащимися необходимо.

Учебное пособие будет содействовать самостоятельной работе студента при ознакомлении и применении рассмотренных методов аналогий.

Авторы выражают надежду, что изучение методов аналогий, введенное в учебный план студентов, и настоящее пособие будут содействовать внедрению этих полезных и необходимых методов в практическую и исследовательскую работу гидрогеологов, например, для *прогнозов* фильтрации подземных вод.

Возможности описанных методов не ограничиваются теми немногими типами задач, которые рассмотрены в настоящем пособии; они неизмеримо шире.

Решение задач иного характера и назначения основано на тех же принципах; исследователь, освоивший теорию методов и практику их применения, сможет по имеющейся литературе разобраться в постановке и осуществлении разнообразных задач, а также самостоятельно и творчески развивать применение методов.

---

[1] Выступление на конференции по вопросам фильтрации в Институте Водгео в 1952 г.

«Инструкция по тарированию трубок сопротивления к гидравлическому интегратору В. С. Лукьянова». ВНИИ транспортного строительства и Рязанский завод счетно-аналитических машин. Изд. ЦНИИС, М., 1958.
Кобринский Н. Е. Математические машины непрерывного действия. Гостехиздат, М., 1957, стр. 323—333.
Кравченко И. П. Расчет влияния паводка реки на поток грунтовых вод с учетом инфильтрации. «Вестн. Моск. ун-та», сер. IV (геология). 1960, № 4.
Лукьянов В. С. Технические расчеты на гидравлических приборах Лукьянова. Трансжелдориздат, М., 1937.
Лукьянов В. С. Гидравлические приборы для технических расчетов. «Изв. АН СССР», отд. техн. наук, 1939, № 2.
Лукьянов В. С. Гидравлические приборы Лукьянова для технических расчетов (краткое сообщение). ВНИИ Водгео. «Тр. гидравл. лаборатории», Сб. № 1. Госстройиздат, М.—Л., 1941.
Лукьянов В. С. Применение гидравлических аналогий в научных исследованиях и расчетах. «Техника железных дорог», 1946, № 7.
Лукьянов В. С. Гидравлические аналогии как новое средство исследования технических проблем. Докт. дисс. Фонды библ. им. В. И. Ленина, 1947.
Лукьянов В. С. Инструкция к применению обобщенного графика для расчета растекания воды из водоема в грунт по горизонтальному водоупору. Гидропроект. Техн. кабинет, «Информ. листок», 1952, № 4, стр. 6—15 стеклогр.
Лукьянов В. С., Головко М. Д. Расчет глубины промерзания грунтов. «Тр. ВНИИ транспортного строительства», вып. 23. Трансжелдориздат, М., 1957, стр. 110—160.
Лукьянов В. С., Вевноровская М. А. Номограммы для расчетов развития подпора грунтовых вод в берегах водохранилищ при однослойном строении водоносной толщи. ВНИИ Водгео. Лаборатория инженерной гидрогеологии. «Информ. мат-лы», 1957, № 11.
Лукьянов В. С., Вевноровская М. А. Применение метода гидравлических аналогий к исследованиям фильтрации грунтовых вод. В сб. «Проблемы гидрогеологии» (Доклады к собранию международной ассоциации гидрогеологов). Госгеолтехиздат, М., 1960.
Лыков А. В. Теория теплопроводности. Гостехиздат, М., 1952.
«Руководство по приемке и эксплуатации гидравлических интеграторов В. С. Лукьянова». ВНИИ транспортного строительства и Рязанский завод счетно-аналитических машин. М., 1961.
Силин-Бекчурин А. И. Динамика подземных вод. Изд-во МГУ, 1958, стр. 170—175.

Ко второй части

Аравин В. И. и Нумеров С. Н. Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде. Гостехиздат, М., 1953, стр. 463—550.
Аравин В. И. и Нумеров С. Н. Фильтрационные расчеты гидротехнических сооружений, изд. 2. Госстройиздат, М., 1955.
Бочевер Ф. М., Селюк Е. М. Применение метода ЭГДА для оценки подпора подземных вод и фильтрации в берегах водохранилищ. ВНИИ Водгео. Лаборатория инженерной гидрогеологии. «Информ. мат-лы», 1957, № 12.
Гришин М. М. Гидротехнические сооружения, ч. 1. Госстройиздат, М., 1954, стр. 78—80.

Давидович В. И. Метод электрогидродинамических аналогий. Кубуч, 1932.
Дружинин Н. И. Метод электрогидродинамических аналогий и его применение при исследовании фильтрации. Госэнергоиздат, М., 1956.
Дружинин Н. И. Применение метода ЭГДА при исследовании фильтрации на больших территориях. Филиал ВИНИТИ. Передовой научно-технический и производственный опыт. Тема 25. Гидросиловые установки. М., 1957.
Павловский Н. Н. Теория движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями и ее основные приложения. Петроград, 1922.
Фильчаков П. Ф. Моделирование задач фильтрации на электропроводной бумаге. ДАН СССР, 1952, т. 64, № 2.
Фильчаков П. Ф., Панчишин В. И. Прибор для исследования фильтрации по методу ЭГДА. «Гидротехническое строительство», 1953, № 9.
Фильчаков П. Ф., Панчишин В. И. Интегратор ЭГДА-6/53. Ин-т математики АН УССР. «Информ. бюлл.», № 1. Изд-во АН УССР. Киев, 1955.
Фильчаков П. Ф., Панчишин В. И. Интеграторы ЭГДА-6/51 и 6/53. Инструкция по эксплуатации и методика моделирования задач. Ин-т математики АН УССР. Изд-во Киевск. ун-та, 1955.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

---

* Движение, поток.

Мария Александровна Вевиоровская
Ирина Павловна Кравченко
Станислав Алексеевич Румянцев

МЕТОД ГИДРАВЛИЧЕСКИХ АНАЛОГИЙ В. С. ЛУКЬЯНОВА
И МЕТОД ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ АНАЛОГИЙ Н. Н. ПАВЛОВСКОГО
ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ФИЛЬТРАЦИОННЫМ РАСЧЕТАМ

Редактор В. С. Капустина
Технический редактор Т. А. Козлова

Сдано в набор 19/III 1962 г. Подписано к печати 21/IX 1962 г.
Л-30303. Формат 60×90¹/₁₆. Печ. л. 16,25 + 7 вкл. + вкладыш = 4,1 п. л.
Уч.-изд. л. 18,06. Изд. № 1708 Заказ № 50. Цена 65 коп. Тираж 2.500 экз.

Издательство Московского университета
Москва, Ленинские горы, Административный корпус
Типография Изд-ва МГУ. Москва, Ленинские горы

ОПЕЧАТКИ

Страница	Строка	Напечатано	Должно быть
188	7 св.	$\mu=1,10$	$\mu=0,10$
193	табл. 35, 10 колонка слева, 2 св.	0,616	0,416
216	3 сн.	производимостей	проводимостей
235	3 сн.	поверхностей	проводимостей
255	между 19 и 20 сн.		Метод конечных разностей **25**, 26

Заказ 50

ЛИТЕРАТУРА

К введению

Абрамов С. К., Биндеман Н. Н., Бочевер Ф. М., Веригин Н. Н. Влияние водохранилищ на гидрогеологические условия прилегающих территорий. Госстройиздат, М., 1960.

Аравин В. И. и Нумеров С. Н. Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде. Гостехиздат, М., 1953.

Биндеман Н. Н. Инструкция по расчетам неустановившегося движения грунтовых вод по уравнениям, представленным в конечных разностях. Госэнергоиздат, М., 1957.

Boussinesq H. J. Recherches theoriques sur l'écoulement des nappes d'eau infiltrées dans le sol et sur le débit des sources. «Journal de mathématiques pures et appliquées», 1904, Ser. 5, t. 10, n⁰ 1, pp. 5—78.

Вевиоровская М. А. К вопросу о дренировании грунтовых вод руслами рек. «Сборник статей по вопросам гидрогеологии и инженерной геологии». Изд-во МГУ, 1962.

Каменский Г. Н. Основы динамики подземных вод. ч. 1. Геолразведиздат, М.—Л., 1933.

Каменский Г. Н. Основы динамики подземных вод, ч. 2. ОНТИ. М.—Л., 1935.

Каменский Г. Н. Теоретическое исследование режима подземных вод на основе уравнений математической физики и гидравлики. В кн.: Г. Н. Каменский, Н. Н. Биндеман, М. А. Вевиоровская, М. Е. Альтовский. Режим подземных вод. ОНТИ, М.—Л., 1938.

Каменский Г. Н. Основы динамики подземных вод, изд. 2. Госгеолиздат, М., 1943.

Лейбензон Л. С. Подземная гидрогазодинамика. Собр. трудов, т. 2. Изд-во АН СССР, М., 1953.

Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. Гостехиздат, М., 1952.

Силин-Бекчурин А. И. Динамика подземных вод. Изд-во МГУ, 1958.

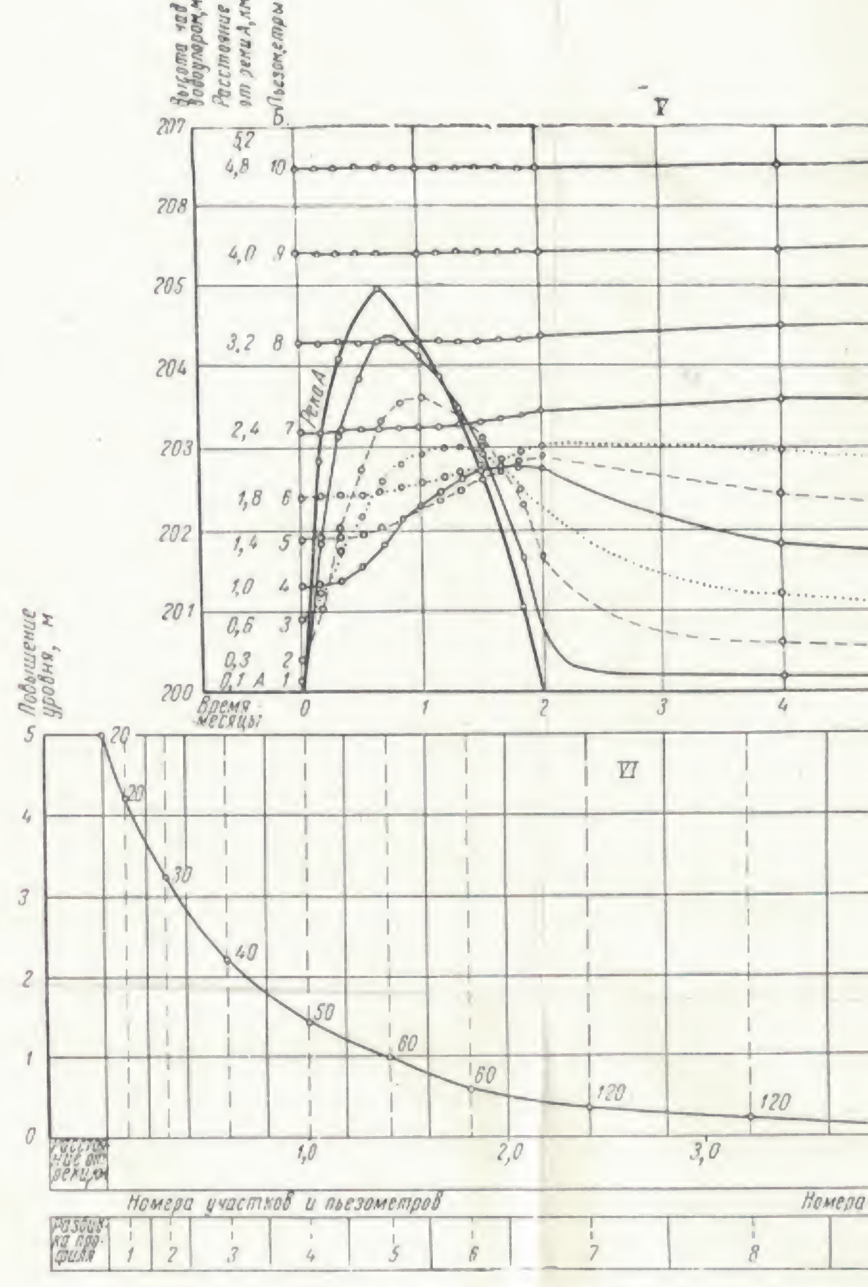
Щелкачев В. Н., Лапук Б. Б. Подземная гидравлика. Гостоптехиздат, М., 1949.

К первой части

«Гидравлические интеграторы В. С. Лукьянова (ИГЛ)». Краткий проспект. Министерство транспортного строительства СССР и Совет народного хозяйства Рязанского экономического административного района. М., 1961.

Учебная задача № 1
метод гидравлических аналогий)

РАСЧЕТ ВЛИЯНИЯ ПАВОДКА НА ПОТОК ГРУНТОВЫХ ВОД
(линейная задача)



Разбивка профиля	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

I. Расчетная схема.
II. Схема соединения сосудов на интеграторе.
III. Граничное условие — график паводка.
IV. Результат расчета — депрессионные кривые при развитии и спаде паводка
V. График колебания уровня реки и грунтовых вод.
VI. График максимального повышения уровня грунтовых вод под влиянием паводка реки; цифры обозначают длительность от начала паводка в сутках.

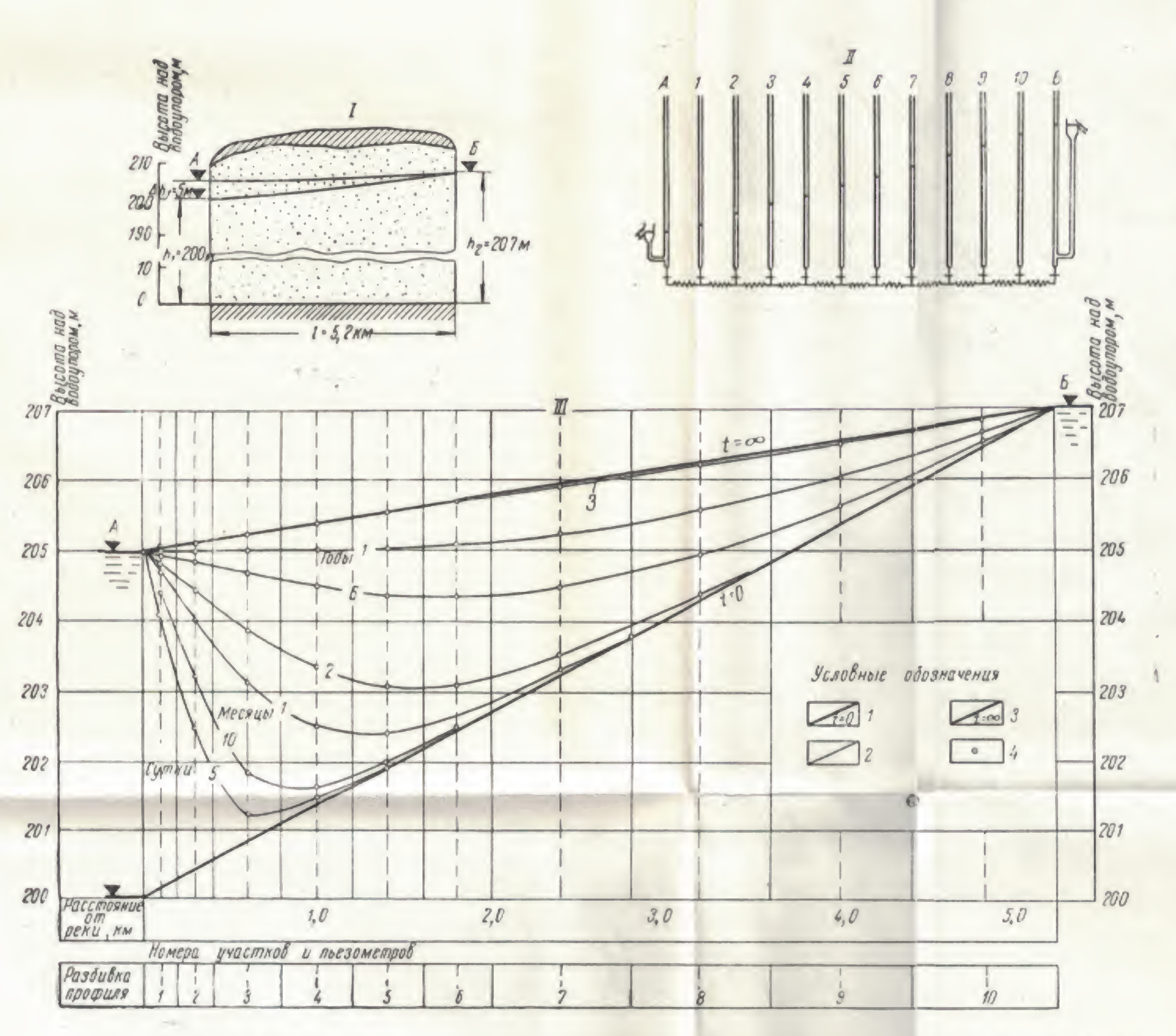
Условные обозначения:
1—исходная стационарная депрессионная кривая; 2—расчетные точки, полученные при решении задачи на интеграторе; 3—депрессионные кривые грунтовых вод и уровень воды в реке при развитии паводка; 4—то же при спаде паводка; цифры указывают время в сутках от начала паводка.

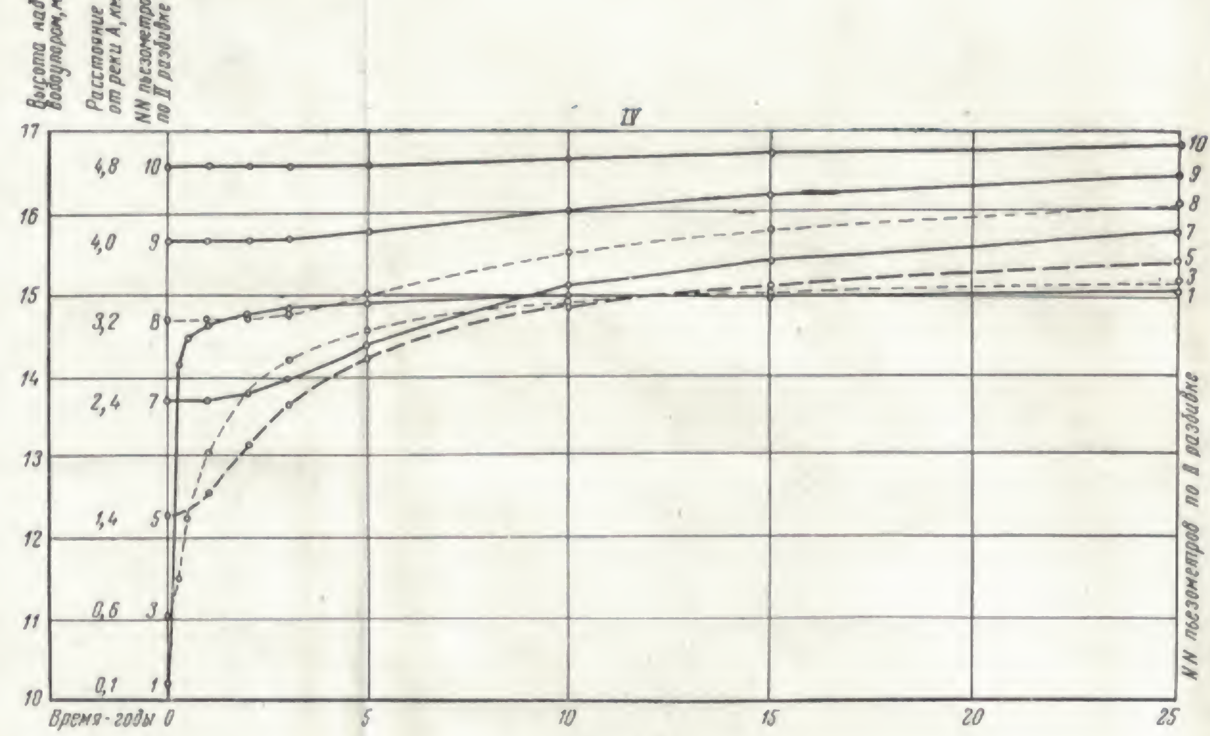
Условия задачи:
$h_1 = 200$ м; $h_2 = 207$ м; $\Delta h_{1max} = 5$ м; $l = 5200$ м
$k = 6{,}5$ м/сут; $\mu = 0{,}10$; $w = 0$.
Условия проведения расчета на интеграторе:
$\omega_1 = 1{,}5$ см²; $\rho_{A-1} = 0{,}103$ мин/см²; $m_t = 10$ сут/мин;
$m_h = 0{,}20$ м/см.

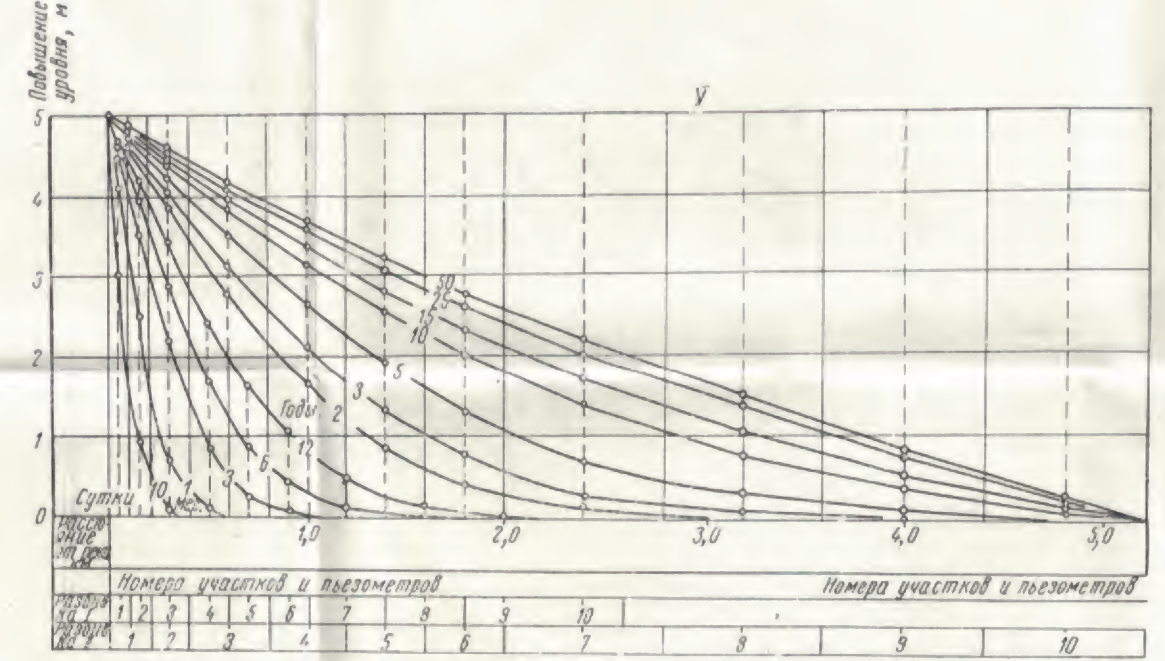
Учебная задача № 1а
(метод гидравлических аналогий)

РАСЧЕТ РАЗВИТИЯ ПОДПОРА ГРУНТОВЫХ ВОД

(линейная задача, мгновенное заполнение водохранилища)







I. Расчетная схема.
II. Схема соединения сосудов на интеграторе.
III. Результат расчета — депрессионные кривые при развитии подпора грунтовых вод.
IV. График колебания уровня грунтовых вод.
V. График повышения уровня грунтовых вод.

Условные обозначения:

1 — исходная стационарная депрессионная кривая; 2—депрессионные кривые при развитии подпора грунтовых вод; 3—предельная кривая подпора; 4—расчетные точки, полученные на интеграторе.

Условия задачи:

$h_1 = 200$ *м*; $h_2 = 207$ *м*; $\Delta h_1 = 5$ *м*; $l = 5200$ *м*;
$k = 6,5$ *м/сут*; $\mu = 0,10$; $w = 0$.

Условия проведения расчетов на интеграторе

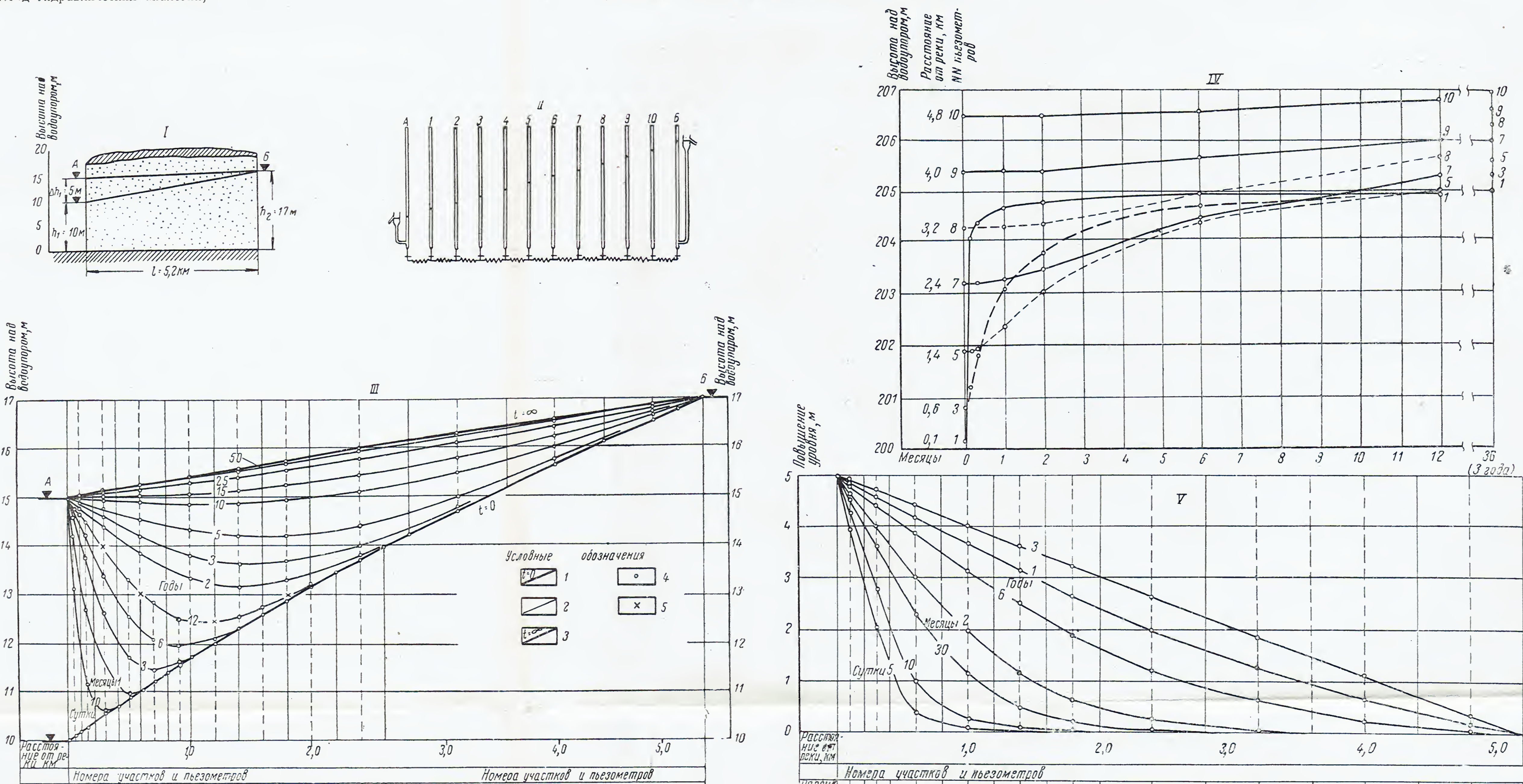
от 0 до 60 *сут*:	от 60 *сут* до 3 *лет*:
$\omega_1 = 1$ *см*²,	$\omega_1 = 0,5$ *см*²,
$\rho_{A-1} = 0,103$ *мин/см*²,	$\rho_{A-1} = 0,051$ *мин/см*²
$m_t = 15$ *сут/мин*,	$m_t = 60$ *сут/мин*,

$m_h = 0,20$ *м/см*.

Зак. 50. 250—251

Учебная задача № 2
(метод гидравлических аналогий)

РАСЧЕТ РАЗВИТИЯ ПОДПОРА ГРУНТОВЫХ ВОД
(нелинейная задача, мгновенное заполнение водохранилища)



I. Расчетная схема.
II. Схема соединения сосудов на интеграторе.
III. Результат расчета — депрессионные кривые при развитии подпора грунтовых вод.
IV. График колебания уровня грунтовых вод.
V. График повышения уровня грунтовых вод.

Условные обозначения:

1 — исходная стационарная депрессионная кривая; 2 — депрессионные кривые при развитии подпора грунтовых вод; 3 — предельная кривая подпора; 4 — расчетные точки, полученные на интеграторе; 5 — уровни воды при увязке I и II разбивок.

Условия задачи:

$h_1 = 10$ м; $h_2 = 17$ м; $\Delta h_1 = 5$ м; $l = 5200$ м; $k = 6{,}5$ м/сут; $\mu = 0{,}10$; $w = 0$.

Условия проведения расчета на интеграторе:

I разбивка

от 0 до 6 мес:	от 6 мес до 1 года:
$\omega_1 = 3{,}5$ см²,	$\omega_1 = 0{,}5$ см²,

$\rho_{A-1} = 0{,}109$ мин/см²,
$m_h = 0{,}20$ м/см,

$m_t = 20$ сут/мин,	$m_t = 140$ сут/мин.

II разбивка

от 1 года до 5 лет:	от 5 до 50 лет:
$\omega_1 = 1$ см²,	$\omega_1 = 0{,}5$ см²,

$\rho_{A-1} = 0{,}084$ мин/см²,
$m_h = 0{,}20$ м/см,

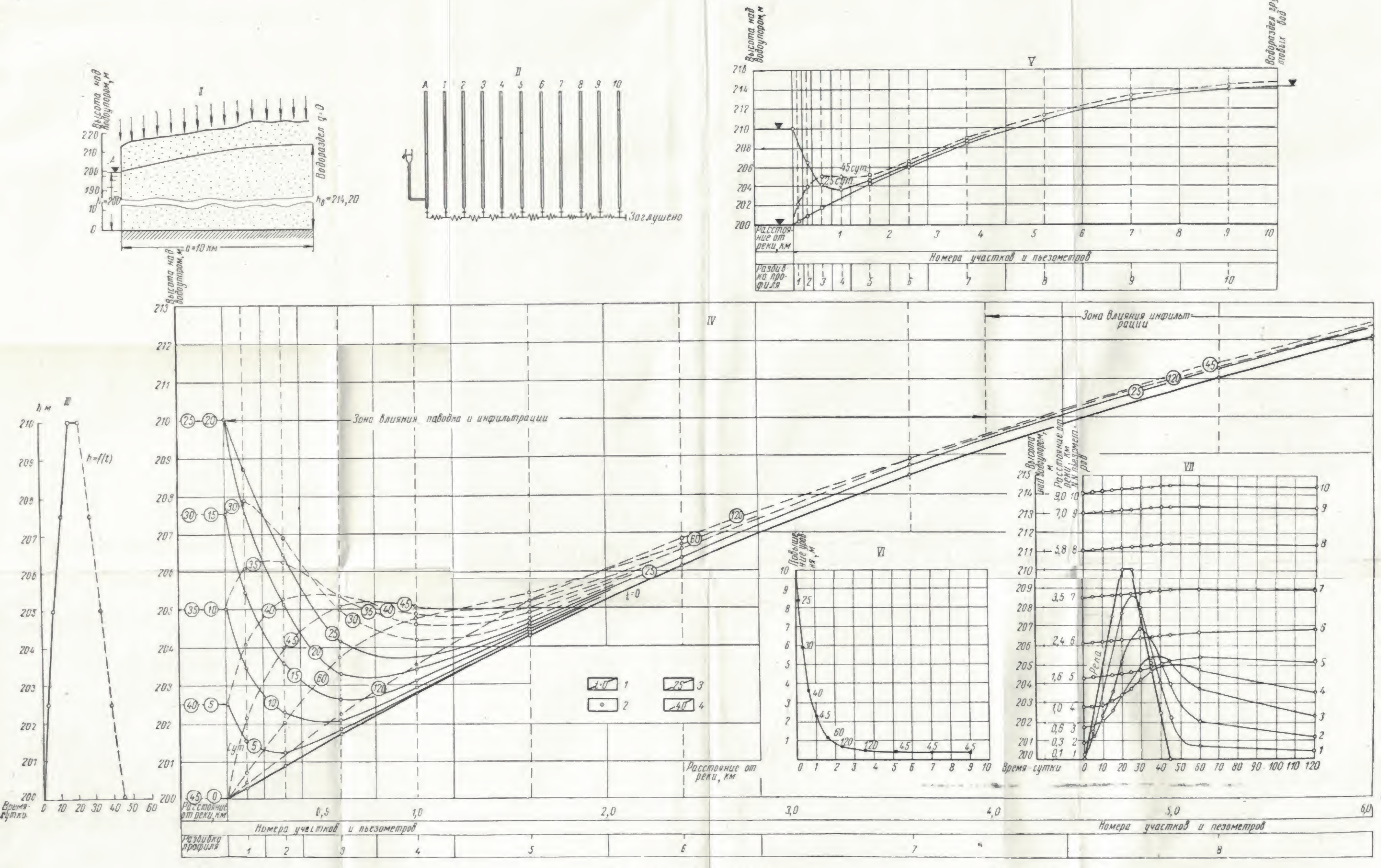
$m_t = 365$ сут/мин,	$m_t = 730$ сут/мин.

Зак. 50. 250—251

Учебная задача № 3
(метод гидравлических аналогий)

РАСЧЕТ ВЛИЯНИЯ ПАВОДКА НА ПОТОК ГРУНТОВЫХ ВОД С УЧЕТОМ ИНФИЛЬТРАЦИИ
(линейная задача)

Приложение IV



I. Расчетная схема.
II. Схема соединения сосудов на интеграторе.
III. Граничное условие — график паводка.
IV. Результат расчета — депрессионные кривые при развитии и спаде паводка.
V. Основные депрессионные кривые от реки до водораздела.
VI. График максимального повышения уровня грунтовых вод. Цифры обозначают длительность от начала паводка в сутках.
VII. График колебания уровня реки и грунтовых вод

Условные обозначения:

1 — исходная стационарная депрессионная кривая; 2 — расчетные точки, полученные при решении задачи на интеграторе; 3 — депрессионные кривые грунтовых вод и уровень воды в реке при развитии паводка; 4 — то же при спаде паводка; цифры указывают время в сутках от начала паводка.

Условия задачи:

$h_1 = 200$ *м*; $h_{вод} = 214{,}20$ *м*; $\Delta h_1 = 10$ *м*; $a = 10\,000$ *м*;
$k = 5$ *м/сут*; $\mu = 0{,}10$;
$w_{0-45\ сут} = 0{,}0012$ *м/сут*; $w_{45-365\ сут} = 0{,}00017$ *м/сут*;
$w_{ср} = 0{,}000294$ *м/сут* $= 107{,}3$ *мм/год*.

Условия проведения расчета на интеграторе:
$\omega_1 = 3{,}5$ *см²*; $\rho_{A-1} = 0{,}048$ *мин/см²*; $m_t = 12$ *сут/мин*;
$m_h = 0{,}5$ *м/см*.

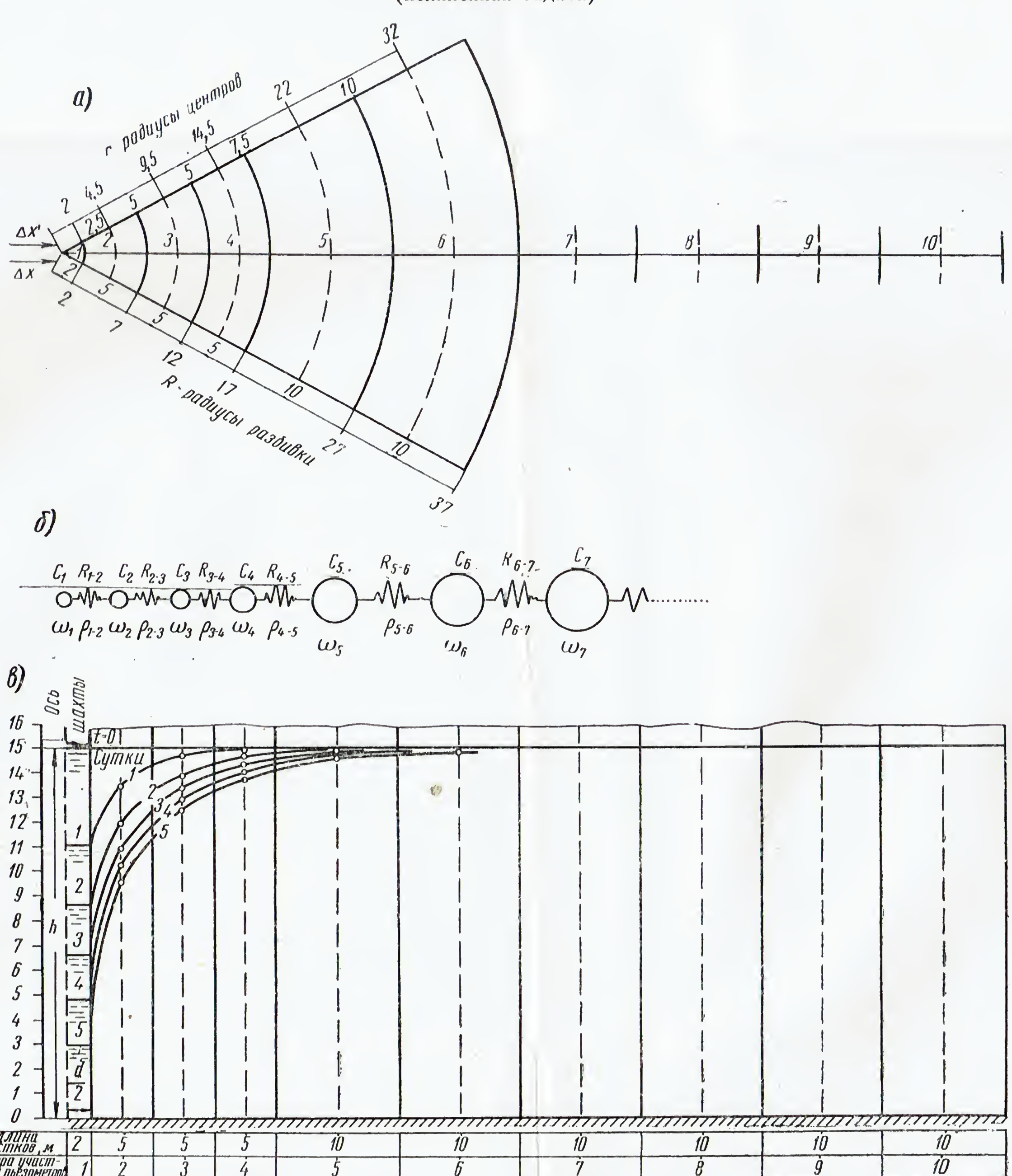
Задача решалась на 10 расчетных точках. Инфильтрация учитывалась путем смещения начала координат на величину

$$\Delta H = \frac{w}{\mu}\Delta t \ м. \quad (VI.\ 14)$$

Зак 50 250—251

Учебная задача № 4
(метод гидравлических аналогий)

РАСЧЕТ ВОДООТЛИВА ИЗ ШАХТЫ
(нелинейная задача)



Длина участков, м	2	5	5	5	10	10	10	10	10	10
Номера участков и пьезометров	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

а) Разбивка области фильтрации на элементарные объемы; Δx — длина участков; Δx^1 — расстояние между центрами участков;
б) переход к сосредоточенным параметрам и эквивалентной гидравлической цепочке на интеграторе;
в) понижение уровня воды в шахте и развитие воронки депрессии под влиянием водоотлива (результат расчета).

Условия задачи:

$h = 15$ *м*; $d = 4$ *м*; $k = 0{,}2$ *м/сут*; $\mu = 0{,}10$; интенсивность откачки воды из шахты $Q = 89{,}7$ *м³/сут*.

Условия проведения расчета на интеграторе:
$\omega_1 = 0{,}5$ *см²*; $\rho_{1-2} = 0{,}514$ *мин/см²*; $m_t = 2$ *сут/мин*;

$m_h = 0{,}5$ *м/см*; $m_q = 1 \dfrac{м^3/сут}{см^3/мин}$.

Условия приливания:
$\Delta H_w = 19{,}85$ *см*; $\rho_w = 1{,}390$ *мин/см²*; $q_w = 14{,}28$ *см³/мин*.
Интенсивность откачки для сектора в 1 радиан
$q = 14{,}28$ *м³/сут*.

Зак. 50. 250—251

Цена 65 коп.

ИЗДАТЕЛЬСТВО
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
1962

МЕТОДЫ АНАЛОГИЙ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ФИЛЬТРАЦИОННЫМ РАСЧЕТАМ